

Physikalisches Institut der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn

Protokoll zu

Versuch A143 - Relaxationsmessung mittels Kernresonanz

Fortgeschrittenen Praktikum I

Wintersemester 1998/99

Von

Christian Funke, Torge Szczepanek

Semesterzahl: 7

Hauptfach: Physik

Assistent : Bernd Überholz

Inhaltsverzeichnis

1	Theoretische Grundlagen	3
1.1	Spin- $\frac{1}{2}$ Teilchen unter Einfluß eines äußeren Magnetfeldes	3
1.2	Bewegung der Spins	4
1.3	Relaxation	5
2	Versuchsaufbau	7
2.1	Funktionsweise der NMR-Apparatur	8
3	Versuchsdurchführung und Auswertung	10
3.1	Bestimmung der Feldstärke des Nachweismagneten	10
3.2	Kalibrierung des Inversionssignals	10
3.3	Bestimmung der Relaxationszeit	11
3.4	Bestimmung der Aufenthaltsdauer und des Polarisationsgrades des Wassers im Polarisationsmagneten	13
3.5	Messung des Zwischenfeldes in Abhängigkeit vom Streufeld des Pola- rismagneten	14

1 Theoretische Grundlagen

1.1 Spin- $\frac{1}{2}$ Teilchen unter Einfluß eines äußeren Magnetfeldes

Jedem Spin- $\frac{1}{2}$ Teilchen wird das magn. Moment

$$\vec{\mu} = \gamma \frac{h}{2\pi} \vec{I}$$

zugeordnet. Dabei ist γ das gyromagnetische Verhältnis des Protons mit

$$\gamma = 26725 \frac{1}{Gs}$$

Wirkt nun auf ein solches Teilchen ein äußeres Magnetfeld der Form $\vec{B} = B\vec{e}_z$, so koppelt das magnetische Moment mit dem äußeren Feld. Dies wird durch Wechselwirkungs-Hamilton-Operator

$$H\vec{\mu}\vec{B} = -\gamma \frac{h}{2\pi} B I_z$$

Für die Basisvektoren der Spinzustände ($|\uparrow\rangle$ und $|\downarrow\rangle$) lassen sich die Eigenwerte folgendermaßen wählen:

$$I_z |\uparrow\rangle = \frac{1}{2} |\uparrow\rangle \quad \text{und} \quad I_z |\downarrow\rangle = -\frac{1}{2} |\downarrow\rangle$$

Somit folgt:

$$\begin{aligned} H |\uparrow\rangle &= -\frac{1}{2} \gamma \frac{h}{2\pi} B |\uparrow\rangle = -E |\uparrow\rangle \\ H |\downarrow\rangle &= \frac{1}{2} \gamma \frac{h}{2\pi} B |\downarrow\rangle = E |\downarrow\rangle \end{aligned}$$

Unter der Annahme, daß keine Wechselwirkung zwischen den Teilchen besteht kann man das N-Teilchen Problem als N Einteilchen-Probleme betrachten, daß heißt:

$$H = - \sum_i \vec{\mu}_i \vec{B} = -\gamma \frac{h}{2\pi} \sum_i I_3^{[i]}$$

Da nun alle Teilchen unabhängig voneinander ein Energieniveau besitzen existieren für das gesamte Ensemble N+1 Energieniveaus. Da die Teilchen nicht unterscheidbar sind, ist es sinnvoll zu Beschreibung des Systems Besetzungszahlen einzuführen:

$$\begin{aligned} N_\uparrow &= \# \text{ Teilchen mit Zustand } |\uparrow\rangle \\ N_\downarrow &= \# \text{ Teilchen mit Zustand } |\downarrow\rangle \\ n &= N_\uparrow - N_\downarrow \end{aligned}$$

Somit resultiert als Gesamtenergie des Systems:

$$E = -\frac{1}{2} \gamma \frac{h}{2\pi} B n$$

1.2 Bewegung der Spins

Für Spins in einem beliebigen Magnetfeld gilt:

$$\frac{\partial}{\partial t} \vec{I} = \frac{2\pi i}{h} [H, \vec{I}] = -i\gamma [\vec{B}, \vec{I}]$$

Hieraus erhält man:

$$\frac{\partial}{\partial t} \vec{I} = \gamma \vec{I} \times \vec{B}$$

Somit verfällt sich der Erwartungswert des Spins unter Einfluß eines Magnetfeldes wie ein Kreisel unter Einwirkung eines Drehmoments. Als Lösung dieser Differentialgleichung für ein konstantes Magnetfeld erhält man das Ergebnis, daß der Erwartungswert des Spins mit der Frequenz $\vec{\omega} = -\gamma \vec{B}$, der Larmorfrequenz, um das Magnetfeld präzidiert.

Betrachtet man nun ein zusammengesetztes Magnetfeld, welches aus einer konstanten Komponente in z-Richtung, sowie einer dazu orthogonal stehenden zirkularen Komponente besteht, läßt sich das Gesamtfeld als

$$\vec{B}(t) = B_z \vec{e}_z + B_{xy} (\cos(\omega t) \vec{e}_x + \sin(\omega t) \vec{e}_y)$$

schreiben. Betrachtet man nun ein mit der Winkelgeschwindigkeit ω um die Z-Achse rotierendes Koordinatensystem S so folgt:

$$\begin{aligned} \vec{e}_{xs} &= \cos(\omega t) \vec{e}_x + \sin(\omega t) \vec{e}_y \\ \vec{e}_{ys} &= -\sin(\omega t) \vec{e}_x + \cos(\omega t) \vec{e}_y \\ \vec{e}_{zs} &= \vec{e}_z \omega_0 = -\gamma B_z \quad \omega_1 = -\gamma B_{xy} \\ B_{eff} &= \frac{\omega - \omega_0}{\gamma} \vec{e}_{zs} - \frac{\omega_1}{\gamma} \vec{e}_{xs} = const. \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} \langle I \rangle \right)_S &= \gamma \langle I \rangle \times B_{eff} \end{aligned}$$

Somit folgt für die Bewegung des Spins im Laborsystem, daß es sich um eine zusammengesetzte Bewegung aus Rotation um die z-Achse und Präzession um B_{eff} handelt. Für den Sonderfall $\omega = \omega_0$ führt das System in S, unter der Annahme, daß $\langle I \rangle \parallel \vec{e}_z$ eine Kreisbewegung um die x-Achse aus. Im Laborsystem beschreibt der Erwartungswert des Spins also eine Spirale um die z-Achse. Dabei oszilliert die z-Komponente des Spinerwartungswertes zwischen positivem und negativem Wert. Dieses Verhalten wird Rabioszillation genannt. Löst man nun die zeitabhängige Schrödingergleichung erhält man die sog. Rabiformel:

Wenn bei $t=0$ der Spin eines Teilchens im Zustand $|\uparrow\rangle$ war ist die Wahrscheinlichkeit, daß er zum Zeitpunkt t den Zustand $|\downarrow\rangle$ aufweist:

$$P_{\pm}(t) = \frac{\omega_1}{\omega_1^2 + (\omega - \omega_0)^2} \sin^2 \left(\frac{\sqrt{\omega_1^2 + (\omega - \omega_0)^2}}{2} t \right)$$

Für $\omega = \omega_0$ folgt somit:

$$P_{\pm}(t) = \sin^2\left(\frac{\omega_1 t}{2}\right) \quad (1)$$

Daraus folgt, daß der Spin jeweils zu den Zeiten $t = \frac{\pi \cdot (2n+1)}{\omega_1}$ umklappt. Damit erreicht man also eine Besetzungsinversion.

1.3 Relaxation

Bisher wurde die Wechselwirkung der einzelnen Teilchen des Ensembles vernachlässigt. Da aber jedes Teilchen des Ensembles ein magnetisches Dipolmoment besitzt, wird somit ein Magnetfeld erzeugt. Aufgrund der Brownschen Bewegung der Teilchen sieht somit ein beliebig herausgegriffenes Teilchen veränderliches Magnetfeld. Falls nun dieses Feld die in der vorherigen Sektion gestellten Bedingungen erfüllt, klappt der Spin dieses betrachteten Teilchens um. Im Falle einer bestehenden Besetzungszahldifferenz wird diese durch diesen statistischen Prozeß abgebaut. Analog zur Festkörperphysik wird dies Spin-Gitter-Relaxation genannt.

Für den Fall, daß sich das Ensemble im thermodynamischen Gleichgewicht befindet, ist die Wahrscheinlichkeit das Ensemble in einem Zustand $|X\rangle$ mit der zugehörigen Energie E_X zu finden durch die Boltzmann-Verteilung gegeben:

$$P_X = \text{const.} \cdot \exp\left(\frac{E_X}{kT}\right)$$

Somit ergibt sich konsequenterweise für die Übergangswahrscheinlichkeiten für das Umklappen des Spins pro Zeiteinheit:

$$\begin{aligned} W_{\pm} &= \frac{d}{dt} P(|\uparrow\rangle\langle\leftarrow| |\downarrow\rangle) \\ W_{\mp} &= \frac{d}{dt} P(|\downarrow\rangle\langle\leftarrow| |\uparrow\rangle) \\ \frac{W_{\pm}}{W_{\mp}} &= \exp\left(\frac{E_{\uparrow} - E_{\downarrow}}{kT}\right) = \exp\left(\frac{-\gamma\hbar B_Z}{2\pi kT}\right) \end{aligned}$$

Da sich im Gleichgewicht die Besetzungszahlen nicht ändern gilt:

$$N_+ W_{\pm} = N_- W_{\mp}$$

Somit folgt also:

$$\left(\frac{N_-}{N_+}\right)_{Gl} = \exp\left(\frac{-\gamma\hbar B_Z}{2\pi kT}\right) \quad (2)$$

Wenn nun die Verteilung nicht dem Gleichgewicht entspricht (n_0), läßt sich aus den oben angegebenen Zusammenhängen die zeitliche Entwicklung des Besetzungszahlverhältnisses bestimmen. Es folgt:

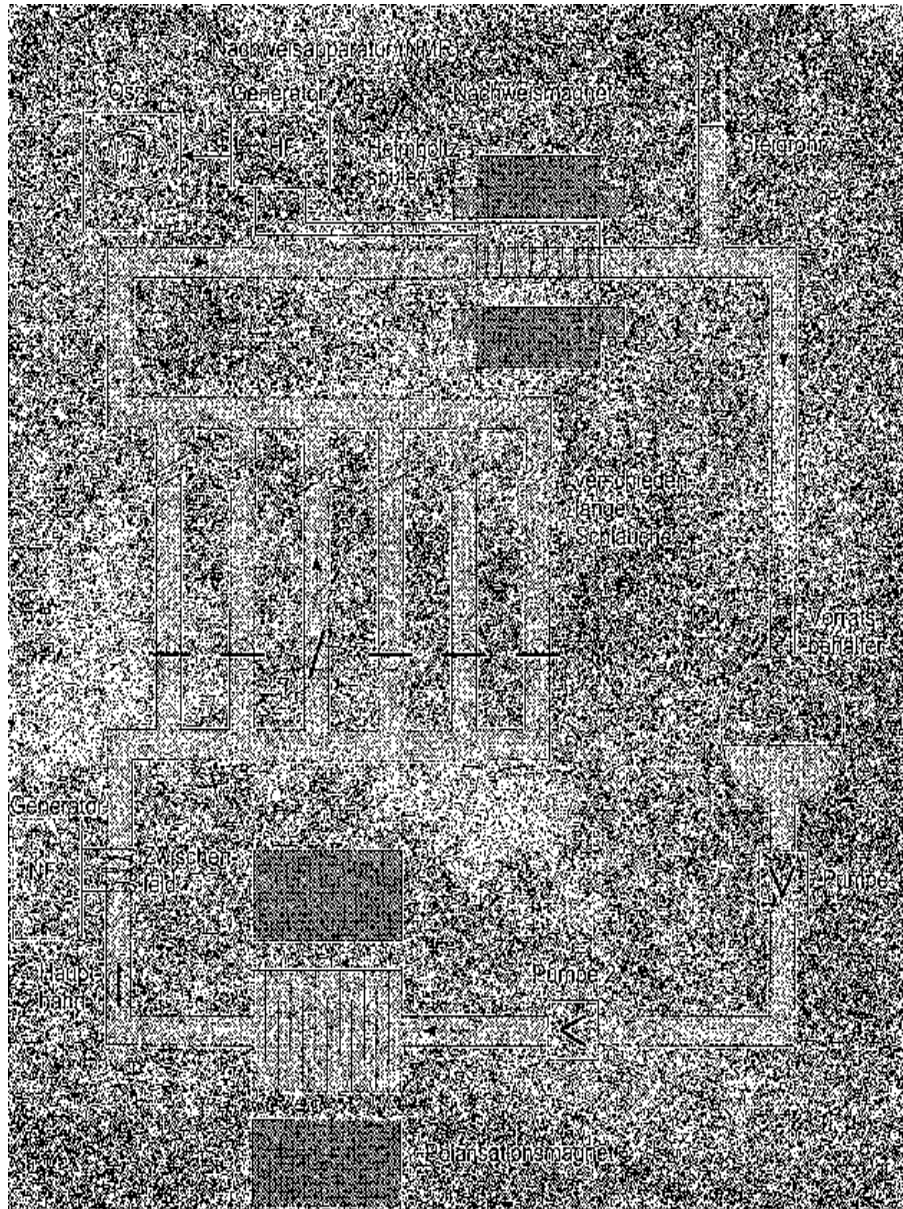
$$n(t) = n_{Gl} - (n_{Gl} - n_0) \exp\left(\frac{t}{\tau}\right) \quad (3)$$

$$\text{mit } \tau = \frac{1}{2W} \text{ und } W = \frac{W_{\pm} + W_{\mp}}{2} \quad (4)$$

Die Konstante τ wird als Relaxationszeit bezeichnet.

Neben der Spin-Gitter-Relaxation existiert noch die Spin-Spin-Relaxation, auf die aber in diesem Versuch nicht eingegangen werden soll.

2 Versuchsaufbau



Mit Hilfe der zwei Pumpen wird ein kontinuierlicher Wasserkreislauf in Gang gehalten. Das praktisch unpolarisierte Wasser wird aus dem Vorratsbehälter durch den Polarisations-Magneten gepumpt, wo eine Besetzungszahldifferenz erzeugt wird. Da der Polarisationsgrad des Wassers beim Verlassen des Magneten konstant sein soll, muß die Fließgeschwindigkeit des Wasser konstant gehalten werden (konstante Aufenthaltsdauer des Wassers im Polarisationsfeld). Das heißt die Polarisierung des Wassers läßt sich unter der Annahme, daß n_0 und die Aufenthaltsdauer im Magneten

T_A ist mit Hilfe von Gleichung [3] bestimmen:

$$n_A = n_{GI} \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{T_A}{\tau}\right)\right) = \text{const.} \quad (5)$$

Die Kontrolle der Fließgeschwindigkeit ermöglicht ein Steigrohr, in dem der Wasserstand auf einem festen Pegel zu halten ist. Nach passieren der Zwischenfeldspule, die zur Inversion (halbe Rabirotation) der Polarisation des Wassers dient kann das Wasser durch sechs verschieden lange Schläuche in den Nachweismagneten gelangen. Da die Fließgeschwindigkeit ja konstant ist ergeben sich der Schlauchlänge proportionale Laufzeiten des Wassers. Die ist besonders Wichtig für die Messung, da somit die Laufzeiten für verschiedene Schlauchlängen direkt proportional zueinander sind. Diese Laufzeiten lassen sich nun durch Erzeugung einer Inversion mit Hilfe der Zwischenfeldspule und Beobachtung des Signals am Nachweismagneten messen. Durch Gleichung [3] läßt sich somit der Zusammenhang

$$\ln(n) = c - \frac{t}{\tau} \quad (6)$$

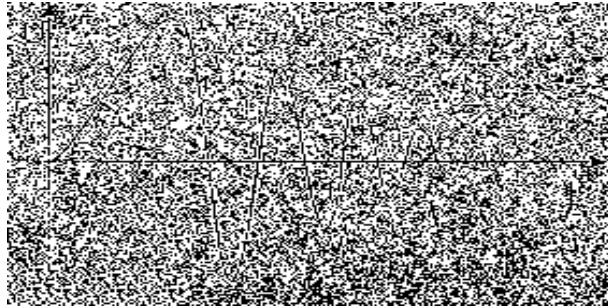
finden. Das heißt aus der Steigung dieser Geradengleichung läßt sich die gesuchte Konstante τ bestimmen.

2.1 Funktionsweise der NMR-Apparatur

Im hier vorliegenden Experiment müssen extrem kleine Besetzungszahldifferenzen nachgewiesen werden. Um dies zu erreichen wird das Konzept der NMR (Nuclear Magnetic Resonance) angewendet. Der Nachweismagnet besteht aus einem homogenen sinusförmig modulierten Magnetfeld in Z-Richtung, welches durch eine Kombination von Permanentmagneten und um die Polschuhe aufgebauter Helmholtzspule, die mit der Netzfrequenz von 50 Hz gespeist wird und für die Modulation verantwortlich ist, realisiert wird. Durch einen um die Wasserleitung gewickelten dünnen Draht wird ein Feld in X-Richtung erzeugt, was als die Überlagerung zweier Felder in XY-Richtung angesehen werden kann. Auch hier kann bei geeigneter Frequenzwahl ($\omega = \omega_0 = \gamma B_0$) der Spin zu umklappen gebracht werden. Die hierfür notwendige Energie wird dem Feld der HF-Spule entzogen, was sich dort als Spannungsänderung bemerkbar macht, die ja die zeitliche Ableitung der Spulenenergie ist. Wenn nun der Spannungsverlauf auf einem Oszilloskop betrachtet wird stellt die beobachtete Peak-Höhe eine zur aufgenommenen Energie proportionale Größe dar und ist somit ebenfalls proportional zur Besetzungszahldifferenz n .

Dadurch, daß in diesem Versuch die Feldrichtungsänderung sehr schnell durchfahren wird folgt die Magnetisierung nicht vollständig dem anliegenden Magnetfeld, so daß nach Durchfahren der Resonanz eine Magnetisierung in Z-Richtung erhalten bleibt. Dies hat zu Folge, das das magnetische Moment der des Ensembles mit der Larmorfrequenz um Z-Achse präzidiert. Damit folgt, daß die Energie zwischen Feld und Ensemble oszilliert.

Aufgrund der Modulation des Nachweismagneten entstehen räumlich variierende Larmorfrequenzen im Wasser. Somit ergibt sich für die transversalen Anteile des Spins ein Phasenunterschied. Durch diesen Effekt sind die transversalen Anteile des Spins, nach einer gewissen Zeit, statistisch verteilt, so daß sich ihr Mittelwert verschwindet und keine Polarisierung mehr vorhanden ist. Auf dem Oszilloskop zeigt sich dieser Effekt durch ein Abklingen der Amplitude.



Die Grafik zeigt die hier abgelesenen Amplituden (maximale Amplitude zwischen den beiden ersten Peaks). Wenn die Polarisierung durch die Zwischenfeldspule invertiert ist, ist das Signal an der X-Achse gespiegelt.

3 Versuchsdurchführung und Auswertung

Der Polarisationsmagnet wurde für die ersten drei Versuchsteile auf einen Strom von 7 A eingestellt. Diese Einstellung wurde regelmäßig kontrolliert um Fehlerquellen (z.B. eine thermische Drift) zu vermeiden. Weiterhin wurde im Steigrohr ein konstanter Wasserpegel eingestellt, der für alle Schlauchlängen beibehalten wurde.

3.1 Bestimmung der Feldstärke des Nachweismagneten

Um die Feldstärke des Nachweismagneten zu bestimmen wurde die Resonanz in den Nulldurchgang des Modulationsfeldes gelegt. Dies äußert sich dadurch, daß die auf dem Oszilloskop beobachteten Signale äquidistant liegen. Bei dieser Einstellung gilt:

$$\begin{aligned}\omega_{hf} &= -\gamma B_{NW} \\ \Rightarrow |B_{NW}| &= \frac{\omega_{hf}}{\gamma} = \frac{2\pi}{t \cdot \gamma}\end{aligned}$$

Für die Dauer der HF-Schwingung wurden

$$0,468 \pm 0,01 \mu s$$

gemessen. Mit der Fehlerbetrachtung nach dem Gausschen Fehlerfortpflanzungsgesetz

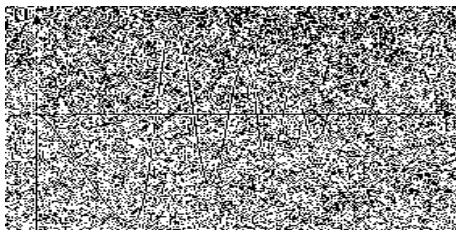
$$\Delta B = \frac{2\pi \cdot \Delta t}{\gamma \cdot t^2}$$

erhielten wir:

$$|B_{NW}| = 502,4 \pm 10,73 G$$

3.2 Kalibrierung des Inversionssignals

Um das Invertierungssignal zu kalibrieren wurde der kürzeste Wasserweg verwendet. Als erstes wurde die Amplitude des Zwischenfeldes auf einen willkürlichen Wert eingestellt und die Frequenz des Feldes vom Minimum an hochgefahren, bis eine Veränderung des Signals am Nachweismagneten sichtbar war, daß heißt die Resonanz eingestellt war. Bei dieser Frequenz wurde nun die Amplitude ins Minimum gedreht und dann langsam vergrößert. Wie aus dem Theorieteil bekannt bestimmt die Amplitude die Zeit die benötigt wird um das Signal zu invertieren, da ja die Fließgeschwindigkeit des Wassers und damit die Aufenthaltsdauer in der Zwischenfeldspule konstant ist.



INVERTIERTES SIGNAL

Man kann also durch eine Ausreichend große Amplitude das Signal mehrfach invertieren, was auch von uns beobachtet wurde. Nun wurde die Amplitude so eingestellt, daß das Signal genau einmal invertiert wurde. Diese Einstellung wurde für den Rest des Versuch beibehalten.

3.3 Bestimmung der Relaxationszeit

In diesem Versuchsteil wurde das Inversionssignal gemäß dem vorigen Teil erzeugt. Die Zeit die nach dem Ab- bzw. Einschalten der Zwischenfeldspule vergeht bis sich die Änderung auf dem Oszilloskop zeigt wurde für alle sechs Wasserwege jeweils 8-mal gemessen (4-mal nach Ausschalten, 4-mal nach Einschalten). Als Fehler der durch Verzögerungen beim Starten und Stoppen der Uhr entsteht haben wir 0,25 s angenommen zusätzlich wurde noch die Standardabweichung der einzelnen Messungen in die Fehler mit einbezogen. Die Ergebnisse sind folgender Tabelle zu entnehmen (1E heißt Messung 1 nach Einschalten der Zwischenfeldspule, dementsprechend bezeichnet 1A die Messung nach dem Ausschalten):

Messung	1. Weg [s]	2. Weg [s]	3. Weg [s]	4. Weg [s]	5. Weg [s]	6. Weg [s]
1A E	3,45	3,29	3,68	3,95	4,68	4,97
2A	3,125	3,19	3,56	4,06	4,51	4,91
3A	2,965	3,22	3,5	3,89	4,55	4,81
4A	3,09	3,29	3,92	4,12	4,6	5,12
1E	3,03	3,35	3,95	4,42	4,62	5,26
2E	3,46	3,6	3,8	4,38	4,9	5,09
3E	3,44	3,45	3,86	4,13	4,78	5,01
4E	3,17	3,7	4,01	4,55	4,99	4,98
\bar{t}	3,29	3,36	3,79	4,18	4,68	5,02
σ	0,26	0,21	0,18	0,24	0,21	0,14
$\Delta \bar{t}$	0,26	0,21	0,18	0,24	0,21	0,14

Wie man sieht liegt die Streuung der Werte innerhalb des von uns abgeschätzten Fehlerrahmens, deshalb haben wir für die weitere Rechnung die Standardabweichung als Fehler angenommen. Eine große Fehlerquelle diese Versuchsteils ist der offensichtlich leicht defekte Microschalter des Stop-Knopfes der Stop-Uhr. Ein einmaliges kurzes Drücken löste häufig auch einen Reset der Meßzeit aus. Dieser Umstand hat die genaue Zeitmessung sehr erschwert und sicherlich zur großen Streuung unser Werte beigetragen.

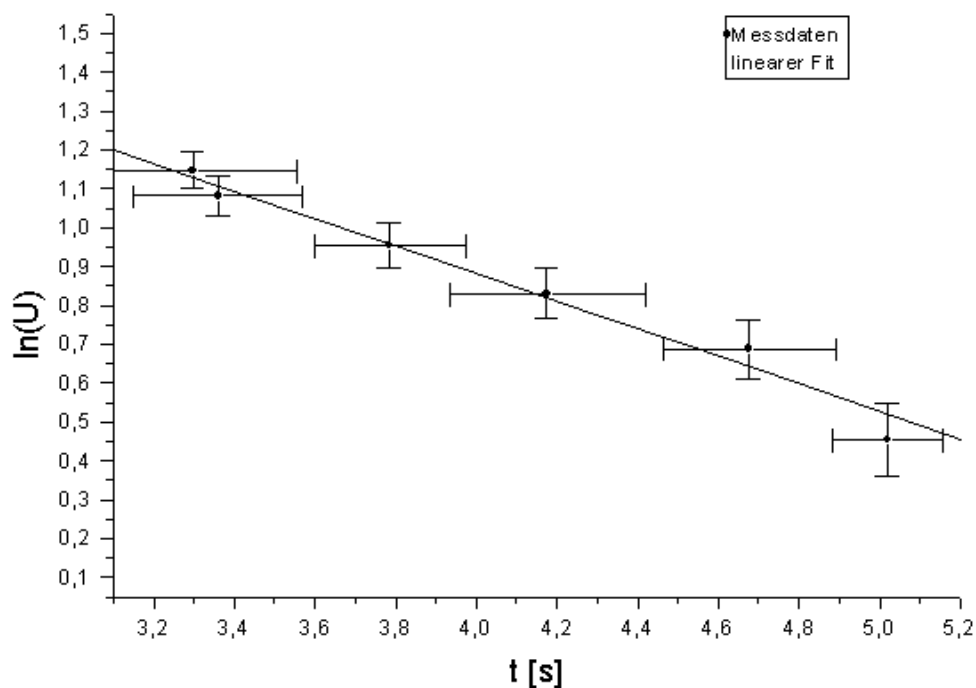
Weiterhin wurden die Amplituden der Spannung für alle Schlauchlängen 2-mal vermessen. Wir erhielten:

Messung	1. Weg [V]	2. Weg [V]	3. Weg [V]	4. Weg [V]	5. Weg [V]	6. Weg [V]
1	3,25	3	2,6	2,34	1,95	1,5
2	3,05	2,9	2,6	2,25	2,04	1,65
\bar{U}	3,15	2,95	2,6	2,295	1,99	1,575

Den Fehler dieser Messungen haben wir global mit 0,15 V abgeschätzt, was auf die Schwankungen der Signalhöhe zurückzuführen ist. Wie Bereits in Abschnitt 2.1 erläutert ist die gemessene Spannung proportional zu Besetzungszahldifferenz n . Somit kann U für n in Gleichung [6] substituiert werden. Es ergibt sich also der lineare Zusammenhang:

$$\ln\left(\frac{U}{[V]}\right) = mt + c$$

Diese Daten wurden grafisch ausgewertet und lieferten nach einer linearen Regression das folgende Ergebnis:



$$m = (-0,354 \pm 0,025) \frac{1}{[s]}$$

$$c = 2,299 \pm 0,095$$

Somit folgt unter Einbezug von Gl. [6] und mit Gausscher Fehlerfortpflanzung:

$$\tau = \frac{-1}{m} \quad \Delta\tau = \frac{\Delta m}{m^2}$$

$$\tau = (2,825 \pm 0,2)s$$

Der von uns hier ermittelte Wert liegt deutlich unter dem in der Staatsexamensarbeit von K.W. Rothe ermittelten Wert von 3,4s und damit außerhalb unseres mit 7% unter Betrachtung der Meßbedingungen recht moderaten Fehlers. Dies ist damit zu begründen, daß mit Sicherheit das Wasser nicht mehr so sauber war wie bei Anfertigung der Arbeit. Dies beweisen deutlich sichtbare Verschmutzungen im Wasserbehälter. Wenn diese Verunreinigungen im besonderen einen nicht verschwindenden Hüllenspin aufweisen führen diese zu einer Verstärkung der Spin-Bahn-Kopplung und somit zu einer Verkürzung der Relaxationszeit.

3.4 Bestimmung der Aufenthaltsdauer und des Polarisationsgrades des Wassers im Polarisationsmagneten

In diesem Versuchsteil muß als erstes die Signalhöhe gemessen werden, wenn die Polarisation des Wassers die Gleichgewichtslage erreicht hat. Um dies zu erreichen wurden die Pumpen für 45s abgeschaltet und Wasserweg 1 (der kürzeste) gewählt da, wenn man die Ergebnisse der vorherigen Abschnitts betrachtet die Polarisation des Wasser um weniger als 0,1% von der Gleichgewichtslage abweicht. Danach wurden die Pumpen wieder angestellt und die erste auf dem Oszilloskop sichtbare Signalhöhe vermessen. Da diese nur sehr kurz auf dem Display erscheint, ist die Ablesegenauigkeit sehr gering. Aus diesem Grund wurde die Messung 5-mal durchgeführt und Anschließend der Mittelwert und die Standardabweichung gebildet. Wir erhielten:

1. Msng [V]	2. Msng [V]	3. Msng [V]	4. Msng [V]	5. Msng [V]	U_{pol} [V]	σ [V]
5,1	5	5,2	5,2	5,3	5,16	0,11

Weiterhin benötigt man die Amplitude bei normal fließendem Wasser. Diese wurde bereits im vorherigen Abschnitt zu $3,15 \pm 0,15s$ bestimmt. Mit Hilfe von Gleichung [5] und unter erneuter Ausnutzung der linearen Proportionalität zwischen U und n läßt sich nun folgende Gleichung aufstellen:

$$\frac{U}{U_{pol}} = 1 - \exp\left(-\frac{T_A}{\tau}\right)$$

Diese Gleichung läßt sich nun nach T_A umformen:

$$T_A = -\tau \cdot \ln\left(1 - \frac{U}{U_{pol}}\right)$$

Der Fehler bestimmt sich über das Gaussche Fehlerfortpflanzungsgesetz durch:

$$\Delta T_A = \sqrt{\left(\ln\left(1 - \frac{U}{U_{pol}}\right) \cdot \tau\right)^2 + \left(\frac{\tau}{U_{pol}\left(1 - \frac{U}{U_{pol}}\right)} \cdot \Delta U\right)^2 + \left(\frac{\tau U}{U_{pol}^2\left(1 - \frac{U}{U_{pol}}\right)} \cdot \Delta U_{pol}\right)^2}$$

Somit erhalten wir für die Aufenthaltsdauer:

$$T_A = (2,663 \pm 0,298)s$$

Mit diesem Wert läßt sich nun wiederum unter Verwendung von Gleichung [5] auch der Polarisationsgrad des fließenden Wassers bestimmen.

$$\frac{n_a}{n_{gl}} = 1 - \exp\left(-\frac{T_A}{\tau}\right)$$

Der Fehler berechnet sich über:

$$\Delta \frac{n_a}{n_{gl}} = \frac{1}{\tau} \exp\left(-\frac{T_A}{\tau}\right) \sqrt{\Delta T_A^2 + \left(\frac{T_A}{\tau} \Delta \tau\right)^2}$$

Somit ergibt sich für den Polarisationsgrad des Wassers:

$$\frac{n_a}{n_{gl}} = 0,611 \pm 0,049$$

Der Polarisierungsgrad des Wasser beträgt somit ca. 60%.

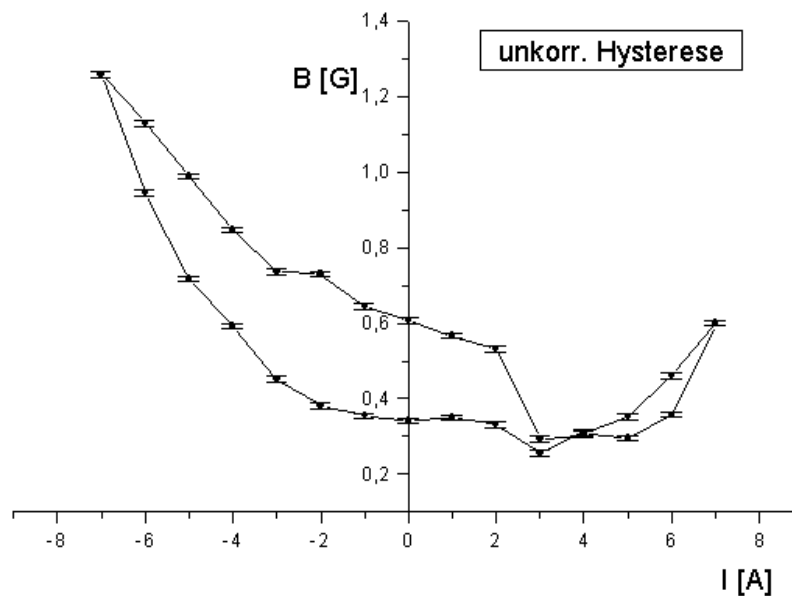
3.5 Messung des Zwischenfeldes in Abhängigkeit vom Streufeld des Polaristionsmagneten

In diesem Versuchsteil war die Stärke des Zwischenfeldes in Abhängigkeit vom Spulenstrom des Polarisationsmagneten zu messen. Aufgrund des Aufbaus dieses Magneten (Eisenkern) wird erwartet, daß dieser eine Hysterese durchläuft. Da leider das Netzgerät keine kontinuierliche Regelung des Stroms von 7A auf -7A zuließ mußte der aus der unten stehenden Abbildung ersichtliche Weg gewählt werden. Dabei kommen natürlich zusätzliche Hysteresen ins Spiel, die das Ergebnis unweigerlich verschlechtern.

Im Versuch wird jeweils der Strom am Polarisationsmagneten eingestellt und dann wie in Abschnitt 3.2 durch Variation der Frequenz des Zwischenfeldes ein Inversionssignal erzeugt. Die zugehörigen Frequenzen wurden notiert und über Gleichung [7] in die zugehörigen Magnetfeldstärken umgerechnet. Als Fehler wurden generell ± 30 Hz angenommen. Wir erhielten folgende Werte (sortiert):

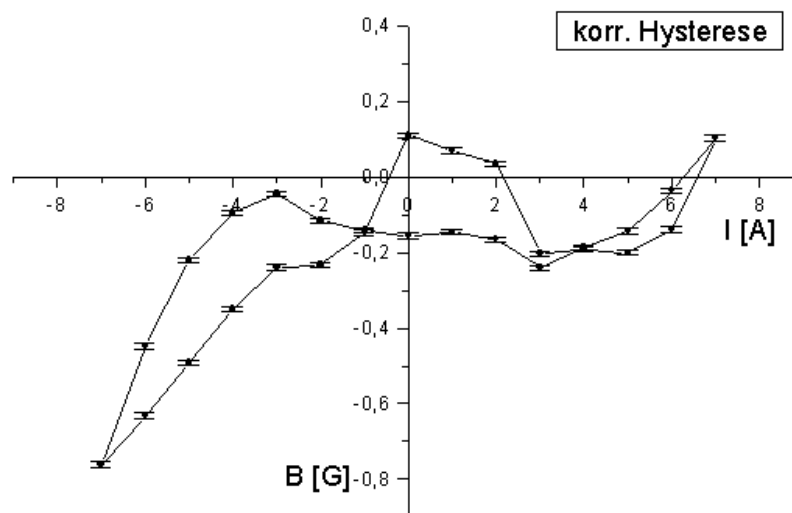
I[A]	ν [Hz]	B[G]	ΔB [G]	I[A]	ν [Hz]	B[G]	ΔB [G]
7	2550	0,599	0,007	-7	5350	1,257	0,007
6	1520	0,357	0,007	-6	4020	0,945	0,007
5	1260	0,296	0,007	-5	3050	0,717	0,007
4	1300	0,305	0,007	-4	2520	0,592	0,007
3	1250	0,293	0,007	-3	1920	0,451	0,007
2	2260	0,531	0,007	-2	1620	0,381	0,007
1	2410	0,566	0,007	-1	1510	0,355	0,007
0	2580	0,6028	0,007	0	1450	0,3409	0,007
-1	2740	0,644	0,007	1	1490	0,351	0,007
-2	3100	0,728	0,007	2	1410	0,331	0,007
-3	3130	0,735	0,007	3	1090	0,256	0,007
-4	3600	0,846	0,007	4	1320	0,310	0,007
-5	4200	0,987	0,007	5	1500	0,352	0,007
-6	4800	1,128	0,007	6	1960	0,460	0,007
-7	5350	1,257	0,007	7	2550	0,599	0,007

Dies ergibt folgenden Plot:



Da mit der Apparatur nur die Absolutwerte des Magnetfeldes gemessen werden können muß der Plot noch korrigiert werden. Weiterhin ergibt sich das Erdmagnetfeld als positiver Offsetfaktor, der ebenfalls noch in den korrigierten Graphen

einfließt. Aus unseren Werten ergab sich ein Erdmagnetfeld von $B_{erd} = 0,453$ G. Ob dieser Wert sinnvoll ist ließ sich leider aufgrund fehlender Literatur nicht feststellen. Für die korrigierte Hysterese ergab sich:



Wie man sieht stimmt der linke Teil der Hysteresekurve recht gut mit den Erwartungen überein. Jedoch im rechten Teil ergibt sich eine Verwirbelung, welche durch Störungen der Remanenz durch das nichtlineare Durchfahren der Hysteresekurve hervorgerufen werden könnten. Weiterhin spielt sicherlich auch das Vorzeichen des Erdmagnetfeldes bzgl. der Spulenausrichtung eine Rolle.