

Fachgruppe Physik der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn

Protokoll zu

# Versuch E-101 Balmer-Serie

Fortgeschrittenen Praktikum I  
Wintersemester 1998/99

Von  
Christian Funke, Torge Szczepanek  
Semesterzahl: 7  
Hauptfach: Physik

Assistent: Prof. Hormes

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
1.1	Das Wasserstoffatom . . . . .	3
1.2	Linienbreite . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Versuchsaufbau</b>	<b>7</b>
<b>3</b>	<b>Durchführung</b>	<b>9</b>
3.1	Justierung der Apparatur . . . . .	9
3.2	Aufnahme der Spektren . . . . .	9
3.2.1	Aufnahme der Eichspektren . . . . .	9
3.2.2	Aufnahme des Wasserstoffspektrums . . . . .	9
3.2.3	Zusammenfassung . . . . .	9
3.3	Entwicklung des Films . . . . .	10
3.4	Gescanntes Spektrum . . . . .	11
<b>4</b>	<b>Auswertung der Meßdaten</b>	<b>13</b>
4.1	Ausmessen der Linien . . . . .	13
4.2	Eichkurve . . . . .	13
4.3	Ermitteln der Wellenlänge der Balmerreihe . . . . .	14
4.4	Bestimmung der Rydbergkonstanten . . . . .	15
4.5	Vergleich mit anderen Ergebnisse . . . . .	16
4.6	Abschätzung des Auflösungsvermögen der Apparatur . . . . .	16

# 1 Theorie

## 1.1 Das Wasserstoffatom

Das Wasserstoffatom ist eines der einfachsten quantenmechanischen Systeme und daher besonders gut geeignet, theoretisch gewonnene Ergebnisse im Experiment nachzuprüfen. Man beobachtet, daß Atome (also auch Wasserstoff) nur in scharfen Linien, also mit genau bestimmten Wellenlängen (genau bis auf die Linienverbreiterung) strahlen. Einen ersten Erklärungsversuch dieses Phänomens machte das Bohrsche Atommodell, das folgende drei Postulate aufstellt:

- die negativ geladenen Elektronen bewegen sich auf kreisförmigen Bahnen um den positiv geladenen Kern
- der Bahndrehimpuls der Elektronen ist gequantelt, d.h.  $L = n \cdot \hbar$  und auf den so definierten Bahnen sind die Atome strahlungsfrei (im Widerspruch zur klassischen Elektrodynamik).
- die Atome strahlen nur beim Übergang zwischen diesen Bahnen entsprechend der Formel  $\nu = \frac{1}{h} \Delta E$

Diese drei Postulate führen zu diskreten Energieniveaus mit

$$E_n = -\frac{e^4 m_{red}}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2} \quad (1)$$

Dabei ist  $m_{red}$  die reduzierte Elektronenmasse, die die endliche Masse des Protons mit berücksichtigt. Damit erwartet man dann Linien bei den Übergängen vom  $m$ -ten zum  $n$ -ten Energieniveau, also bei

$$\Delta E = -hcR_\infty \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (2)$$

wobei die Rydberg-Konstante  $R_\infty$  die übrigen Naturkonstanten zusammenfaßt. Der Literaturwert ist  $R_\infty = 1,0974 \cdot 10^{15} \text{cm}^{-1}$ . Die Balmer-Serie sind die Linien zu  $n = 2$ , diese wurden zuerst gefunden, da sie im Gegensatz zu den anderen Serien (z.B. Lyman-Serie zu  $n = 1$ ) zum großen Teil im sichtbaren Bereich des Spektrums liegen. Die exakte Lösung der zeitunabhängigen Schrödingergleichung (Wellenmechanik)

$$H\psi_n = E_n\psi_n \quad (3)$$

mit dem Hamiltonoperator

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m_{rel}} \Delta - \frac{e^2}{r} \quad (4)$$

führt zu den gleichen Ergebnissen. Die Eigenfunktionen sind dabei

$$\psi = \frac{u_{nl}}{r} Y_{lm} \quad (5)$$

Dabei sind die  $Y_{lm}$  die Kugelflächenfunktionen und die  $u_{nl}$  im wesentlichen die Laguerre-Polynome. Die dazugehörigen Energieeigenwerte sind dabei nur von der Hauptquantenzahl  $n$  der radialen Lösungen abhängig (entsprechend den Bohrschen Radien). Die Größenordnungen dieser Niveaus liegt im eV-Bereich. An dieser Theorie mußten aber noch einige Korrekturen angebracht werden; im einzelnen:

- **Relativistische Korrektur und Spin-Bahn Kopplung:**

Die erste Korrektur berücksichtigt relativistische Effekte im Wasserstoffatom, die zweite berücksichtigt, daß die Elektronen einen inneren Freiheitsgrad haben, nämlich den Spin, der über sein magnetisches Dipolmoment mit dem des Bahndrehimpulses koppelt. Beide Korrekturen können im Rahmen der Dirac-Theorie behandelt werden (es geht natürlich auch einzeln mit Klein-Gordon-Gleichung, bzw. Pauli-Theorie). Der Weg über die Dirac-Theorie ermöglicht auch die Erklärung des anomalen gyromagnetischen Verhältnisses für den Spin, das ziemlich genau doppelt so groß ist wie klassisch erwartet. Die Dirac-Gleichung ist eine kovariante, in der Zeit (und damit dann auch im Ort) lineare Differentialgleichung erster Ordnung:

$$\left( i\hbar\gamma^\mu\partial_\mu - m + \gamma^0\frac{e^2}{r} \right) \psi = 0 \quad (6)$$

Dabei ist  $C^4 \otimes H$ , dem tensoriellen Produkt des normalen Hilbertraums und des 4-dimensionalen Raums der Dirac-Spinoren, die  $\gamma^\mu$  sind folgende 4x4 Matrizen:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\gamma^k = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^k \\ -\sigma^k & 0 \end{pmatrix}$$

Damit erhält man die Energieeigenwerte (entweder durch explizite Lösung, oder aber mit Hilfe einer quadratischen Erweiterung der Dirac-Gleichung und Vergleich mit der Schrödinger-Radialgleichung, s Baym) zu

$$E = mc^2 \left( 1 + \frac{\left( \frac{e^2}{\hbar c} \right)^2}{\left( n - j - \frac{1}{2} - \sqrt{\left( j + \frac{1}{2} \right)^2 - \left( \frac{e^2}{\hbar c} \right)^2} \right)^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (7)$$

Dabei ist  $j$  die (halbzahlige) Quantenzahl des Gesamtdrehimpulses. Eigentlich ist es im relativistischen Fall unsinnig, eine Quantenzahl  $l$  anzugeben, da weder  $L$  noch  $L^2$  mit dem Hamiltonoperator vertauschen; im

nichtrelativistischen Grenzfall macht diese Quantenzahl aber sehr wohl Sinn (hier vertauscht  $L^2$ ) und man findet, daß in der Näherung zu jedem  $j$  jeweils zwei  $l$  gehören, nämlich  $l = j \pm \frac{1}{2}$  (Spin parallel, bzw. antiparallel). Was man aber auf jeden Fall erhält, ist eine Aufspaltung der Energieniveaus, die aus dem Wurzelterm im Nenner folgt und in der Größenordnung von  $10^{-4}\text{eV}$  liegt, die sogenannte Feinstruktur.

- **Kernspin:** Auch das Proton, der Kern des Wasserstoffatoms ist ein Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen, und man muß bei exakter Rechnung die elektromagnetische Wechselwirkung zwischen dem Spin des Protons und dem Elektron mit berücksichtigen. Man tut dies, indem man störungstheoretisch die Wechselwirkungsenergie des magnetischen Moments des Kernspins mit dem Feld des Elektrons berechnet. Dabei muß man berücksichtigen, daß der Lande-Faktor des Protons mit  $g_{Proton} = 5,5858$  anomal hoch liegt (zur Beschreibung muß man in der Diracgleichung nicht nur den Feldstärketern  $A^\mu$ , sondern auch Terme der Gestalt  $\sigma_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$  mit dem Feldstärketensor  $F$  mitnehmen). Die Einzelheiten würden hier zu weit führen, man erhält jedoch eine weitere Unterteilung der Feldlinien, die sogenannte Hyperfeinstruktur, die in der Größenordnung  $10^{-6}\text{eV}$  liegt.
- **Lamb-Shift:** Eine weitere kleine Korrektur ist nötig, um den Einfluß des quantisierten elektromagnetischen Feldes auf das Elektron zu berücksichtigen. Als quantenmechanisches System ist nämlich das elektromagnetische Feld verschmiert, was zu einer kleinen Verschiebung der Energieniveaus führt. Da der Effekt in erster Näherung proportional zu  $\nabla^2 V$  ist, betrifft er fast nur die S-Zustände, da diese als einzige eine nichtverschwindende Amplitude am Ursprung haben. Der am stärksten betroffene Zustand ist der  $2s_{1/2}$  Zustand, der durch die Lamb-Shift um etwa  $10^{-6}\text{eV}$  nach oben verschoben ist, was die Entartung mit dem  $2p_{1/2}$ -Zustand aufhebt. Ein weiterer QED-Effekt ist, daß der g-Faktor des Elektrons nicht genau 2 ist (wie aus der Dirac-Gleichung in ihrer einfachsten Form, d.h. Übergang zu kovarianten Ableitungen  $p^\mu \rightarrow p^\mu - \frac{e}{c}A^\mu$  folgt), sondern ungefähr 2,002319.

## 1.2 Linienbreite

Wie bereits zuvor erwähnt sind die ausgestrahlten Linien nicht beliebig scharf. Dies liegt im wesentlichen an folgenden drei Effekten:

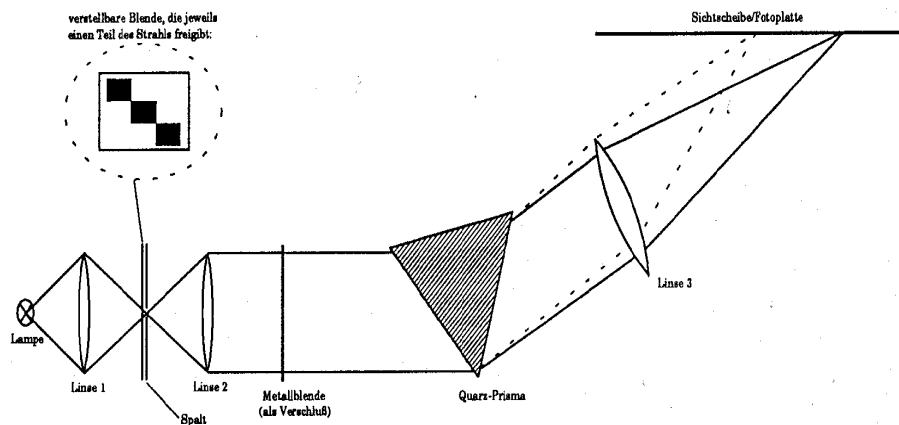
- **Natürliche Linienbreite:** Da die ausgestrahlten Wellenzüge nicht beliebig lang sind, tritt automatisch eine Energieunschärfe gemäß  $\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar$  auf. Eine genauere Beschreibung erhält man, indem man das strahlende Atom als harmonischen Oszillator auffaßt. Die führt zu einem Lorentzförmigen Linienprofil mit einer charakteristischen Breite  $\Gamma$ , die der zuvor erwähnten Energieunschärfe entspricht. Ihre Berechtigung findet diese vorgehensweise in der zeitabhängigen Störungsrechnung.
- **Dopplerverbreiterung:** Durch die thermische Bewegung der Wasserstoffmoleküle (und damit der Atome) kommt es zur Dopplerverschiebung der Linien, je nachdem in welcher Richtung (parallel oder orthogonal zur

Strahlungsrichtung) sich das jeweilige Atom bewegt. Daraus folgt für die Intensitätsverteilung einer scharfen Linie bei  $\nu_0$ :

$$I(\nu) = I_0 \cdot e^{-\frac{Mc^2}{2kT} \frac{(\nu - \nu_0)^2}{\nu^2}} \quad (8)$$

- Druckverbreiterung: Liegt die durchschnittliche Zeit zwischen zwei Kollisionen zwischen H-Atomen, die ja mit der freien Weglänge und damit mit dem Druck zusammenhängt, in der Größenordnung der Lebensdauer des strahlenden Zustandes, so wird die Länge der emittierten Wellenzüge weiter reduziert und damit eine zusätzliche Linienverbreiterung erzeugt.

## 2 Versuchsaufbau



In der obigen Skizze des Versuchsaufbaus sind die verschiedenen Mechanismen zur Vermeidung von Streulicht, angefangen vom den Strahlengang umhüllenden Holzgehäuse bis hin zu schwarzen Plastikfolien mit denen die Apparatur umhüllt werden kann, weggelassen. Die Funktionsweise des Aufbaus ist folgende: Mit dem Licht der Spektrallampe (Hg, HgCd, bzw H) wird zunächst über Linse 1 möglichst hell der durch die verstellbaren Lochblende ausgewählte vertikale Teil des Spaltes ausgeleuchtet. Die verstellbare Lochblende dient dabei dazu, in der Bildebene direkt übereinander mehrere verschiedene Beugungsbilder nacheinander abbilden zu können (z.B. das H-Spektrum und mehrere Vergleichsspektren zur Auswertung). Der Spalt wird nun mit Hilfe von Linse 2 in ein paralleles Strahlenbündel verwandelt, das mit der Metallblende abgeschirmt werden kann (z.B. als Verschluss für die Langzeitbelichtung beim Wasserstoffspektrum; die kürzeren der übrigen Spektren sind besser mit der Hand zu realisieren). Das parallele Lichtbündel durchläuft dann das Prisma, in dem die Wellenlängenaufspaltung vorgenommen wird. Das Prisma wird dabei möglichst großflächig ausgeleuchtet, um sein Auflösungsvermögen (das ja proportional der ausgeleuchteten Basisbreite ist) möglichst groß zu gestalten. Die Ausrichtung erfolgt so, daß bei einer mittleren Wellenlänge (im sichtbaren Bereich) im Minimum der Ablenkung gearbeitet wird. Die Linse 3 schließlich bildet das parallele Lichtbündel wieder scharf auf die Bildebene ab, die aufgrund der chromatischen Aberration der Linse schief steht (siehe Skizze). Das Prisma und alle Linsen sind aus Quarz gefertigt, damit sie auch im UV transparent sind. In der Bildebene kann das durch das Prisma nach Wellenlängen aufgespaltene Bild des Spaltes durch eines der folgenden austauschbaren Geräte beobachtet werden:

- einfach Mattscheibe (für das sichtbare Spektrum)
- szintillierende Mattscheibe (für den UV-Teil des Spektrums)
- Fernrohr (Okular)

- Fotoplatte (für dauerhafte, am Komparator ausmeßbare Bilder - außerdem für lichtschwache Spektren (wie z.B. das des Wasserstoffs) unerlässlich  $\Rightarrow$  Möglichkeit der Langzeitmessung)

Zur Auswertung der Photos (siehe Durchführung) wird ein Komparator verwendet, der im wesentlichen aus einer von unten beleuchteten Glasplatte und einer in ihrer X- wie Y-Position verstellbaren Lupe mit Fadenkreuz besteht. Das Photo wird auf der Glasplatte befestigt und danach die Positionen der einzelnen Linien mit der Lupe aufgesucht. Die Positionen können dann (mit doppeltem Nonius) auf 0,001cm genau ausgemessen werden.



## **3 Durchführung**

### **3.1 Justierung der Apparatur**

Zunächst haben wir die Apparatur justiert. Dies wurde mit Hilfe der Quecksilberlampe durchgeführt, da diese am lichstärksten war. Die Justierung beschränkte sich auf die Position der Lichtquelle, der ersten Linse, des Spaltes und der seitlichen Position der Schiene auf der die genannten Elemente angebracht wurden. Mit diesen Elementen versuchten wir nun ein möglichst helles Bild auf dem Schirm am Ende zu erhalten, wobei wir die Spaltbreite dabei größer wählten, als wir sie nachher bei der Messung verwendeten. Nach erfolgreicher Justage des vorderen Teils der Apparatur haben wir dann die Halterung für die Filmkassette justiert. Dies war über ein paar Schrauben möglich. Die Filmkassette war dabei nicht eingesetzt, sondern wir verwendeten den Projektionsschirm und einen Szintillationsschirm, um auf der gesamten Ebene ein möglichst scharfes Abbild der verschiedenen Linien zu erhalten. Dazu verwendeten wir die Spalteinstellung, die wir auch nachher während der Messung verwendet haben. Diese betrug 6 Skalenteile. Um möglichst nach einem Lampenwechsel keine großen Änderungen an der Apparatur vorzunehmen, haben wir die Position der Lampe auf der Schiene mit Kreidemarkierungen festgehalten, um im nachhinein möglichst schnell die Lampen wechseln zu können.

### **3.2 Aufnahme der Spektren**

#### **3.2.1 Aufnahme der Eichspektren**

Nach der Justierung der Apparatur haben wir als erstes die Eichspektren aufgenommen. Dabei sind wir so vorgegangen, dass wir die beiden Spektren einer Lampe direkt nacheinander aufgenommen haben. Somit mussten wir nicht fünfmal einen Lampenwechsel durchführen. Für das erste (obere Spektrum) verwendeten wir für die Hg Lampe eine Belichtungszeit von 0,8 Sekunden. Die Spaltbreite war (wie schon oben erwähnt) 6 Skalenteile groß. Mit Hilfe des Hartmannschiebers haben wir dann direkt danach das Spektrum in der fünften (und letzten) Reihe aufgenommen mit einer Belichtungszeit von einer Sekunde. Die HgCd Linien haben wir dementsprechend in der zweiten und der vierten Zeile aufgenommen. Als Belichtungszeiten verwendeten wir hierbei in der zweiten Zeile zwei Sekunden und in der vierten Zeile 3 Sekunden.

#### **3.2.2 Aufnahme des Wasserstoffspektrums**

Das Wasserstoffspektrum haben wir dementsprechend in der dritten Zeile aufgenommen. Die Belichtungszeit hierbei lag bei etwa 62 Minuten.

#### **3.2.3 Zusammenfassung**

Damit ergibt sich für die Reihenfolge auf dem Film die folgende Reihenfolge jeweils mit den Belichtungszeiten:

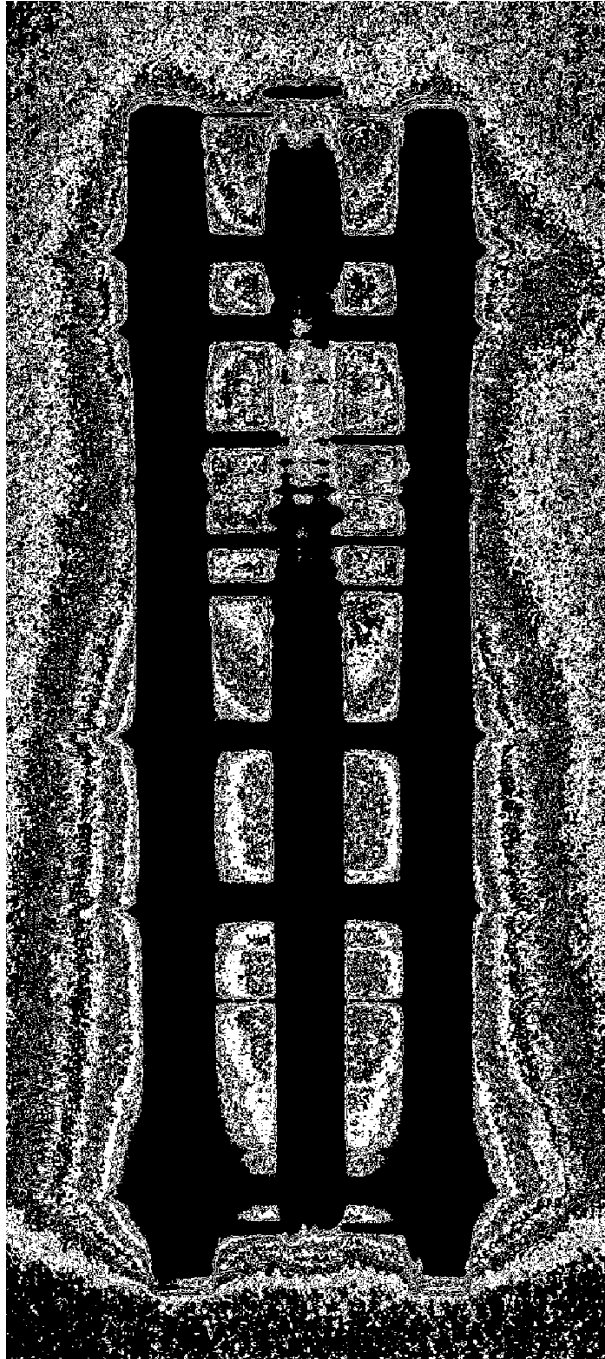
Zeile	Lampe	Zeit
1	Hg	0,8s
2	HgCd	2s
3	H	62min
4	HgCd	3s
5	Hg	1s

### 3.3 Entwicklung des Films

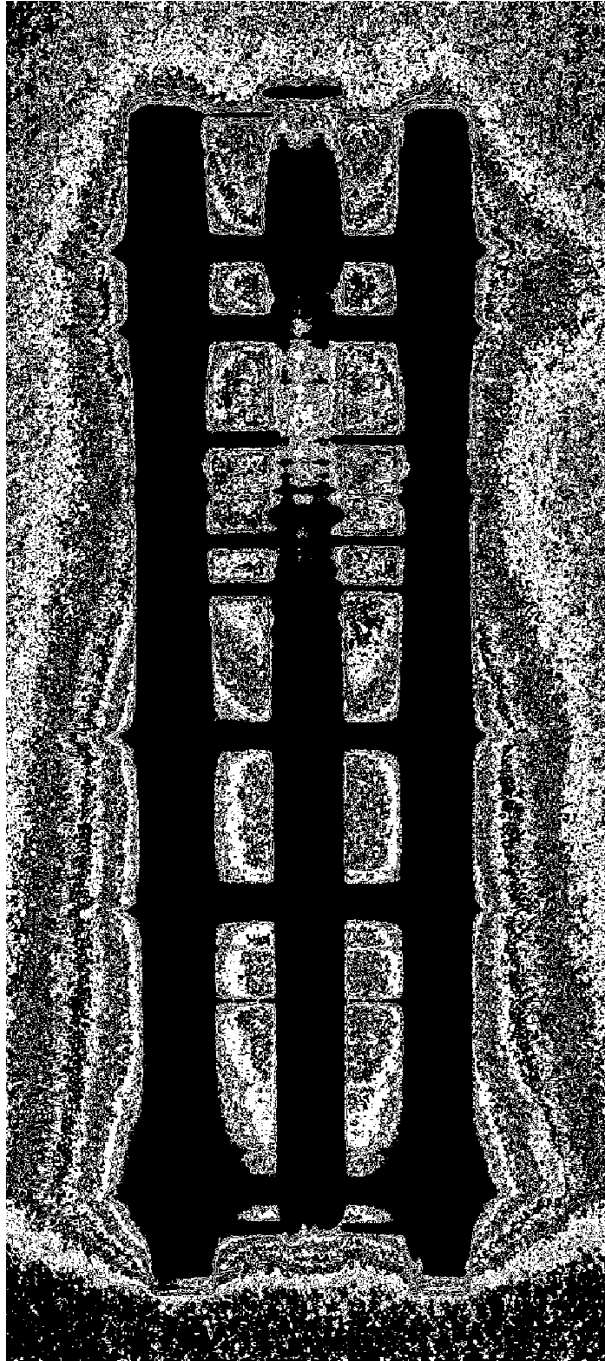
Der Film wurde wie im Skript angegeben entwickelt. Die Entwicklungszeit betrug dabei  $7 \frac{1}{2}$  Minuten. Zum Fixieren verwendeten wir eine etwas längere Zeit, da uns die angegebene Zeitdauer von maximal 5 Minuten aus unserer Erfahrung mit Schwarzweißfotographie etwas zu knapp erscheint. Wir verwendeten 8 Minuten für die Fixierung. Nach dem Fixieren haben wir den Film gespült und haben uns zunächst über eine recht schöne Aufnahme gefreut. Leider waren die Aufnahmen der Eichspektren ein wenig überbelichtet, obwohl wir schon die kürzesten dort angegebenen Zeiten verwendet hatten. Vielleicht sollten die Angaben im Skript weiter nach unten korrigiert werden. Leider bemerkten wir erst bei der Bestimmung der Rydbergkonstante, dass einige Spektren leicht schief geraten sind.

### 3.4 Gescanntes Spektrum

Hier das von uns erhaltene Spektrum als Negativ:



Hier das von uns erhaltene Spektrum als Positiv:



## 4 Auswertung der Meßdaten

### 4.1 Ausmessen der Linien

Die Linien haben wir mit Hilfe des Komparators vermessen. Da die jeweils gleichen Eichspektren jeweils bis auf  $0,01\text{cm}$  genau die gleichen Ergebnisse lieferten haben wir diese hier nicht aufgeführt. Wir erhalten dann für die Eichspektren folgende Werte:

Hg	HgCd	Int. und Bem.	Id. Wellenlänge [nm]
14,09	14,08	10 Dreifachlinie	579,1
14,38	14,35	10	546,0
-	14,75	6	508,5
14,99	14,974	2	491,6
-	15,127	5	479,9
-	15,299	4	467,8
15,805	15,834	10	435,8
16,343	16,32	2	410,8
16,41	16,385	4	407,7
16,48	16,462	9	404,6
16,625	16,606	1-2	???
16,81	16,791	5	390,6
16,93	-	2	???
17,04	-	3	???
17,2	-	5	???
17,475	17,457	9	366,3
17,51	17,485	10 Doppellinie links	365,4
17,52	17,506	10 Doppellinie rechts	365,0
-	17,62	7	361,1

Als Fehler für die Positionen der Linien haben wir  $0,01\text{cm}$  angenommen. Die Linien die in beiden Spektren auftauchten konnten wir relativ leicht zuordnen. Diese Linien mußten Linien des Quecksilbers (Hg) sein. Anhand der Tabelle im Skript und mit Hilfe unserer geschätzten Intensitätsangaben war es uns möglich allen Quecksilberlinien eine Wellenlänge zuzuordnen. Desweiteren traten 4 Linien nur in der Hg-Cd Lampe auf, so das wir davon ausgehen können, das diese Linien dem Cadmium zuzuordnen sind. Drei weitere Linien haben wir nur beim Quecksilber gefunden, jedoch nicht in der Quecksilber-Cadmium Lampe. Diese waren auch keinen Quecksilberlinien zuzuordnen, so daß wir diese nicht zur Auswertung verwendet haben. Vielleicht handelt es sich hierbei um Verunreinigungen der Quecksilberlampe.

### 4.2 Eichkurve

Mit Hilfe der Zuordnung der Linien zu verschiedenen Wellenlängen konnten wir jetzt eine Eichkurve erstellen mit Hilfe derer wir eine Eichung für die horizontale Position der Linien im Wasserstoffspektrum erhalten. Durch die verschiedenen Punkte legten wir eine Hyperbel der Form:

$$y = \frac{P_1 x}{P_2 + x}$$

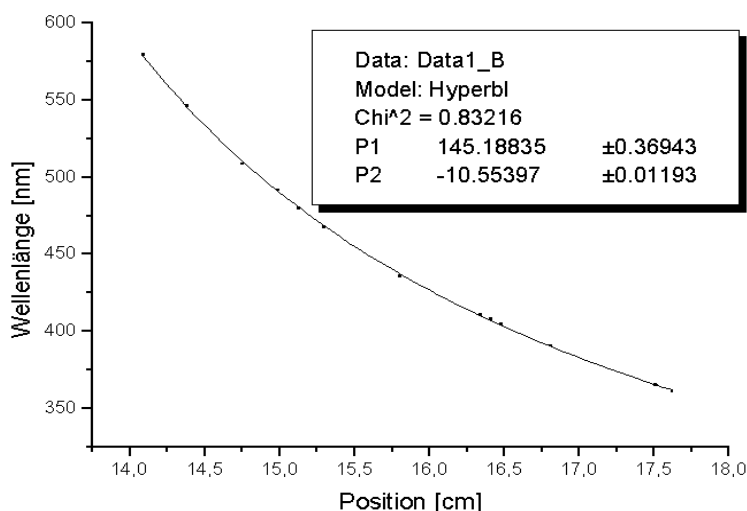
Die Parameter bestimmten wir zu

$$P_1 = 145,18835 \pm 0,36943$$

und

$$P_2 = -10,55397 \pm 0,01193.$$

Dieser Ansatz ist aus folgenden Gründen sinnvoll: Die Ablenkung der Strahlen im Prisma ist vom Brechungsindex abhängig. Dieser berechnet sich zu  $\sqrt{\epsilon\mu}$ . Da  $\mu$  in diesem Fall sehr nahe bei 1 liegt, verhält sich  $n$  also wie  $\sqrt{\epsilon}$ .  $\epsilon$  hängt von der Frequenz nun aber ungefähr wie eine Summe aus quadratischen Hyperbeln ab, so daß sich (bei Berücksichtigung nur einer Resonanzstelle des Quarzes) also näherungsweise der Verlauf einer Hyperbel 1. Grades für den Brechungsindex und die Ablenkung ergibt. Die Tatsache, daß die gefittete Kurve den Verlauf der Meßwerte sehr genau wiedergibt, berechtigt die oben gemachte Annahme, daß man eine derartige Hyperbel anpassen kann. Da die von uns verwendete Funktion zum Fit auf allen Meßwerten basiert und nicht nur auf dreien, werden wir im weiteren Verlauf für die Eichung nur diesen Fit verwenden und nicht das Hartmannverfahren, das (wie wir auch getestet haben), viel ungenauere Werte ergibt. Hier die von uns erhaltene Eichkurve:



### 4.3 Ermitteln der Wellenlänge der Balmerserie

Mit Hilfe der Eichkurve konnten wir nun die Wellenlänge der von uns bestimmten Linien im Wasserstoffspektrum bestimmen. Damit erhalten wir:

Position[cm]	Int.	Wellenlänge[nm]	Lit.wert[nm]	Ordnung
13,51	10	$663,5 \pm 1,4$	655,9	$H_\alpha$
15,04	9	$486,7 \pm 0,9$	485,8	$H_\beta$
15,864	4	$463,2 \pm 0,8$	-	-
16,18	7	$433,7 \pm 0,8$	433,8	$H_\gamma$
16,341	3	$417,5 \pm 0,7$	-	-
16,415	6	$409,9 \pm 0,6$	409,9	$H_\delta$
16,586	2	$406,6 \pm 0,5$	-	-
16,633	2	$399,2 \pm 0,4$	-	-
16,836	4	$397,2 \pm 0,3$	396,8	$H_\epsilon$
16,881	3	$389,1 \pm 0,3$	388,6	$H_\zeta$
16,919	2	$387,3 \pm 0,2$	-	-
17,077	2	$385,9 \pm 0,1$	383,3?	$H_\eta?$
17,4	1	$380,0 \pm 0,1$	379,6?	$H_\theta?$

Es zeigt sich, dass bei unseren gemessenen Linien einige Moleküllinien vorhanden sind, die keiner Linie der Balmerreihe zuzuordnen sind. Die Zuordnung der anderen Linien zur Balmerreihe fiel uns relativ leicht, da wir anhand der Intensitäten (die wir anscheinend sehr gut beobachtet haben) sehr schön die Linien des atomaren Wasserstoffes vom molekularen Wasserstoff unterscheiden konnten. Der Wert für  $H_\alpha$  ist deshalb so ungenau, da er außerhalb der Werte unserer Eichkurve liegt. Es gab keine Linien, die in der Nähe der  $H_\alpha$  Linie lagen. Somit lag die  $H_\alpha$  Linie außerhalb des Bereiches mit dem wir unsere Hyperbel bestimmt haben. Daraus folgt, dass der Wert für  $H_\alpha$  nur sehr ungenau sein kann. Da der Abstand mit 100nm zum ersten Punkt unserer Eichhyperbel sehr groß ist, ist es sehr erstaunlich, dass wir trotzdem bis auf 8nm an den Literaturwert herankommen. Die Abweichung hätte auch noch größer sein können.

#### 4.4 Bestimmung der Rydbergkonstanten

Die Bestimmung der Rydbergkonstanten erfolgt mit Hilfe der Formel

$$R_\infty = \left( \lambda_n \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{n^2} \right) \right)^{-1}$$

$n$  ist dabei eine natürliche Zahl größer gleich drei. In diese Formel setzen wir die Werte ein, die wir für die Balmerreihe gemessen haben. Wir verwenden dabei nur die Linien  $H_\beta$  bis  $H_\zeta$ , da wir nur für diese gut gesicherte Werte erhalten haben. Außerdem korrigieren wir die Werte mit den in der Tabelle angegebenen Werten für den Brechungsindex von Luft. Diese Korrekturen geben zwar nur Korrekturen in der dritten Stelle nach dem Komma, aber wir führen sie trotzdem wie gefordert durch.

Mit diesen Werten erhalten wir folgende Werte für die Rydbergkonstante:

$R_\infty [10^7 m^{-1}]$	Linie
$1,4789 \pm 0,102$	$H_\beta$
$1,2262 \pm 0,090$	$H_\gamma$
$1,1613 \pm 0,083$	$H_\delta$
$1,1326 \pm 0,077$	$H_\epsilon$
$1,1162 \pm 0,062$	$H_\zeta$

Damit ergibt sich die Rydbergkonstante im gewichteten Mittel zu  $R_H = 1,1746 \pm 0,085$ . Der Literaturwert beträgt  $R_H = 1,0974$ . Damit liegt dieser gerade eben so innerhalb unserer Fehlergrenzen.

#### 4.5 Vergleich mit anderen Ergebnisse

Es zeigt jedoch im Vergleich mit älteren Protokollen von diesem Versuch, das wir wesentlich bessere Werte für die Wellenlängen der Balmerlinien erhalten müßten und das auch der Fehler für unsere Rydbergkonstante im Vergleich mit anderen Messungen relativ hoch liegt. Nachdem wir dies festgestellt haben, schauten wir uns noch einmal unsere Aufnahme genauer an und legt sie auf ein Millimeterpapier. Man kann dann sehr gut erkennen, das die Spektren zur Einkerbung des Negatives hin ein wenig schräg nach unten verlaufen. Da wir aber genau parallel zur unteren Kante des Negatives gemessen haben, läßt sich damit unser großer Fehler erklären, den wir für die Messungen der Wellenlängen der Balmerlinien und der Rydbergkonstanten erhalten. Wir hätten also die Justage der Apparatur etwas sorgfältiger durchführen müssen, um bessere Ergebnisse zu erhalten.

#### 4.6 Abschätzung des Auflösungsvermögen der Apparatur

Allgemein ergibt sich für das Auflösungsvermögen eines Prismas, daß es proportional der ausgeleuchteten Basisbreite und dem Betrag der Ableitung des Brechungsindex im Prisma nach der Wellenlänge ist. Also:

$$A = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = B \cdot \left| \frac{dn}{d\lambda} \right|$$

In diesem Versuch wurde ein Quarzprisma verwendet. Da aber die Abmessungen der Apparatur nicht bekannt sind, kann man aus den gemessenen Kurven nicht die Ableitung des Brechungsindex nach der Wellenlänge berechnen. Deshalb werden wir hier keine theoretischen Vergleichswerte errechnen, sondern nur aus gerade noch getrennten Mehrfachlinien, bzw. nicht mehr getrennten Doppellinien das Auflösungsvermögen grob abschätzen. Die von uns beobachteten Doppellinien, bzw. Mehrfachlinien sind die Linien bei ca. 579nm (578,966nm und 579,066nm) und die Linien bei ca. 365,2 nm (365,01nm und 365,4nm). Damit ergibt sich eine untere Grenze für das Auflösungsvermögen unserer Apparatur, da wir diese Linien noch trennen konnten.

Für die Spektrallinien bei 579nm erhalten wir:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 578,966nm \\ \lambda_2 &= 579,066nm \\ \frac{\lambda}{\Delta\lambda} &> 5790.66 \end{aligned}$$

Bei 365,2nm erhalten wir:



$$\lambda_1 = 365,4nm$$

$$\lambda_2 = 365,0nm$$

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} > 913,5$$

Eine Fehlerbetrachtung führen wir hier nicht durch, da uns die beiden Werte nur grobe Grenzen für eine untere Schranken für das Auflösungsvermögen geben, da wir für eine genauere Bestimmung des Auflösungsvermögen ein anderes Verfahren benötigen würden oder eine größere Anzahl von anderen Doppellinien in verschiedenen Abständen, damit wir genauere Aussagen über das Auflösungsvermögen machen können.