

Physikalisches Institut der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn

Protokoll zu

Versuch E102 - Beugung an periodischen Strukturen

Fortgeschrittenen Praktikum I

Wintersemester 1998/99

Von

Gruppe $\alpha 4$

Christian Funke, Torge Szczepanek

Semesterzahl: 7

Hauptfach: Physik

Assistent : v. Lucke

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	3
1.1	Der Piezo-Effekt	3
1.2	Beugung am Strichgitter	3
1.3	Beugung am Ultraschallgitter	4
1.4	Bestimmung der Ultraschallgeschwindigkeit anhand von Beugungseffekten	5
2	Versuchsaufbau und Durchführung	6
2.1	Versuchsaufbau (schematisch)	6
2.2	Einstellung der Apparaturen	6
2.3	Eichung des XY-Schreibers	7
2.4	Messung der Beugungsbilder	7
2.5	Messung der Transmissionsbilder	7
3	Auswertung der Meßergebnisse	8
3.1	Eichung des XY-Schreibers	8
3.2	Optisches Gitter	8
3.2.1	Transmissionskurve	8
3.2.2	Beugungsbild	9
3.2.3	Abstände der Maxima	10
3.2.4	Extrapolation auf Maxima höherer Ordnung	10
3.3	Das Ultraschall-Gitter	11
3.3.1	Die Transmissionskurve	11
3.3.2	Beugungsbilder bei unterschiedlichen Amplituden des Schwingquarz	11
3.3.3	Beugungsbilder bei unterschiedlichen Frequenzen	13
3.3.4	Beugungsbilder bei unterschiedlichem Einfallswinkel	13
3.3.5	Bestimmung der Schallgeschwindigkeit aus den Meßwerten der Beugungsbilder und Transmissionskurven	14
3.4	Abschlußbemerkungen	14
4	Anhang	15

Abbildungsverzeichnis

1	Schematische Darstellung des Piezo-Effekts in SiO_2	3
2	Versuchsaufbau	6
3	theoretische Transmissionskurve	7

1 Theorie

1.1 Der Piezo-Effekt

Der Piezo-Effekt kann an verschiedenen Kristallen beobachtet werden, die sog. polare Achse aufweisen. Das heißt es gibt eine Achse im Kristall, daß wenn er um 180° auf dieser Achse gedreht wird, er nicht wieder seine Ausgangsposition einnimmt. In diesem Versuch wird ein Quarz-Kristall (SiO_2) verwendet. Abbildung 1 zeigt eine schematische Ansicht eines solchen Kristalls entlang einer polaren Achse. Die großen Kreise entsprechen einem Si-Atom, die kleinen jeweils zwei O-Atomen. Der Kristall ist nach

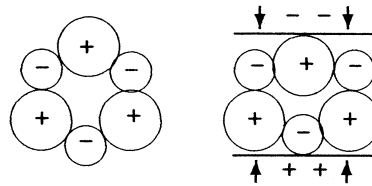


Abbildung 1: Schematische Darstellung des Piezo-Effekts in SiO_2

außen elektrisch neutral. Wenn man ihn jedoch zusammendrückt ergibt sich, wie aus Abb.1 ersichtlich, durch das Aneinanderrücken, der Atome eine Potentialdifferenz, welche wieder verschwindet, wenn der Kristall relaxiert. In unserem Versuch wird der reziproke Piezo-Effekt verwendet, das heißt ein Anlegen einer Potentialdifferenz, verursacht eine Kontraktion des Kristalls, so daß durch Anlegen einer periodischen Wechselspannung der Kristall zu hochfrequenten (Eigen-)Schwingungen angeregt werden kann. Als Konsequenz daraus werden Ultraschallwellen emittiert.

1.2 Beugung am Strichgitter

Um die am Strichgitter erzeugten Beugungsbilder zu verstehen muß eine mathematische Betrachtungsweise gewählt werden. Das Gitter läßt sich als Faltung einer *rect*- und einer *shah*-Funktion darstellen.

$$g(x) = \text{rect}(x) \otimes \text{shah}(x) \quad (1)$$

Mit dem Faltungstheorem läßt sich die Faltung im Ortsraum als Multiplikation der in den Impulsraum Fourier-Transformierten darstellen:

$$g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \text{rect}(x) \cdot \text{shah}(x - y) dy \quad (2)$$

Mit den Konstanten b = Spaltbreite des Gitters und a = Gitterkonstante sind die beiden Funktionen folgendermaßen definiert:

$$\text{rect}(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ falls } |x| > \frac{b}{2} \\ 1 & , \text{ falls } |x| \leq \frac{b}{2} \end{cases} \quad (3)$$

$$\text{shah}(x) = \sum_{i=0}^{N-1} \delta(x - i \cdot a) \quad (4)$$

Für die Fourier-Transformierte der Faltung gilt:

$$\begin{aligned}
 F(\text{rect}(x)) \otimes F(\text{schah}(x)) &= F(\text{rect}(x)) \cdot F(\text{schah}(x)) \\
 &= \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \exp(iyx) dx \sum_{n=0}^{N-1} \exp(inay) \\
 &= \frac{\exp(iy\frac{b}{2}) - \exp(-iy\frac{b}{2})}{iy} \cdot \sum_{n=0}^{N-1} \exp(inay)
 \end{aligned} \tag{5}$$

Diese Gleichung stellt die Amplitude der am Gitter gebeugten Lichtstrahlen dar. Da man allerdings nur Intensitäten messen kann, muß man diese betrachten. Der Zusammenhang zwischen Amplitude A und Intensität I ist: $I = A^2$. Also muß die Funktion [5] quadriert werden. Betrachtet man nun diese Funktion bezüglich ihrer Maxima, so erhält man als Bedingung für das n -te Maximum:

$$\frac{a\pi}{\lambda} \sin \theta_n = n \cdot \pi \Rightarrow \sin \theta_n = \frac{n\lambda}{a} \tag{6}$$

Für die Intensität des n -ten Maximums folgt dann:

$$I_{max}(n) = I_0 \frac{\sin^2(n\pi\frac{b}{2})}{(n\pi\frac{b}{2})^2} \tag{7}$$

Über die Näherung

$$\frac{d_n}{f} = \tan \theta_n \approx \sin \theta_n \tag{8}$$

mit f = Brennweite der fokussierenden Linse ergibt sich für den Abstand des n -ten Maximums zum Maximum 0-ter Ordnung:

$$d_n = \frac{n\lambda f}{a} \tag{9}$$

1.3 Beugung am Ultraschallgitter

Durch die longitudinale Ausbreitungsart von Ultraschallwellen entstehen im tragenden Medium periodische Dichteschwankungen. Da der Brechungsindex eines Mediums dichteabhängig ist kommt es bei senkrecht zur Ausbreitungsrichtung des Ultraschalls einlaufenden Lichtwellen zu Phasenverschiebungen zwischen den einzelnen durchlaufenden Wellen. Das heißt, daß das Ultraschallgitter als Phasengitter wirkt und praktisch die gleichen Beugungsbilder erzeugt wie ein Strichgitter. Die mathematische Herleitung zur Beschreibung dieser Beugungserscheinungen ist zwar von der des Strichgitters verschieden, jedoch sind die gewonnen Gleichungen identisch, mit dem Unterschied, das die Gitterkonstante a durch die Ultraschallwellenlänge Λ ersetzt werden muß. Eine weitere Eigenschaft des Ultraschallgitters ist die eines Amplitudengitters. Da bei der Ausbreitung in Medien Wellen immer in Richtung des Gradienten des Brechungsindex gebrochen werden somit die durch das Medium laufenden Lichtstrahlen in Richtung des nächsten Knotens (Amplitudenmaximum) gebrochen, und zwar abhängig von der Größe der Amplitude.

1.4 Bestimmung der Ultraschallgeschwindigkeit anhand von Beugungseffekten

Wie aus Gleichung [9] und den Erkenntnissen aus Abschnitt 1.3 zu ersehen gilt für kleine Winkel:

$$\Lambda = \frac{n\lambda f}{d_n} \quad (10)$$

Somit folgt für die Schallgeschwindigkeit:

$$c_{schall} = \nu_{schall} \cdot \Lambda = \nu_{schall} \cdot \frac{n\lambda f}{d_n} \quad (11)$$

Eine weitere Möglichkeit der Geschwindigkeitsmessung ergibt sich aus den Transmissions Bildern, denn dort entspricht der Abstand der Maxima der halben Ultraschallwellenlänge Λ . Dies folgt, da in der Experimentierkivette eine stehende Welle erzeugt wird und sich die Positionen von Maximum und Minimum mit jeder Periode exakt um $\frac{\Lambda}{2}$ verschieben. Also gilt:

$$c_{schall} = 2 \cdot \nu_{schall} \cdot d_{transmission} \quad (12)$$

2 Versuchsaufbau und Durchführung

2.1 Versuchsaufbau (schematisch)

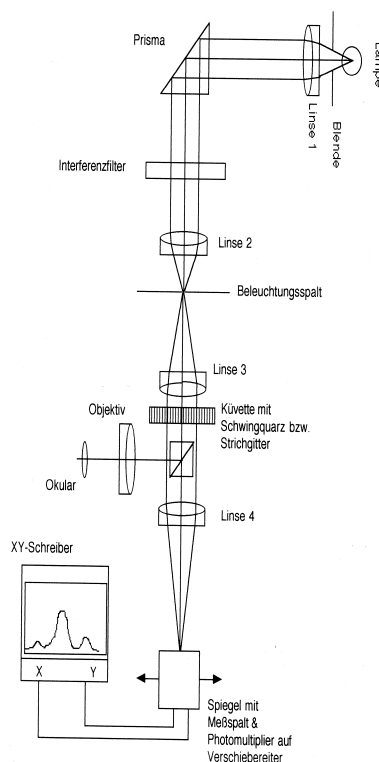


Abbildung 2: Versuchsaufbau

2.2 Einstellung der Apparaturen

Um Beugungsbilder zu erhalten muß möglichst kohärentes monochromatisches Licht vorliegen. Um dies zu erreichen wird das Licht der Lichtquelle zuerst mit einem Prisma um 90° abgelenkt um den Anteil an Streulicht zu minimieren. Anschließend läuft das Licht durch einen Monochromator der nur Licht einer Wellenlänge von 488.8nm durchläßt, wobei eine Seite des Monochromators verspiegelt ist. Diese Seite wird in Richtung des einfallenden Strahls eingesetzt um das Streulicht weiter zu reduzieren. Anschließend wird mit Hilfe von Linse L_2 das Bild des Glühwendels der Lampe auf den Beleuchtungsspalt scharfgestellt, der für den weiteren Versuch die kohärente Lichtquelle darstellt. Anschließend wird ,mit einem außerhalb des Hörsaalgebäudes auf unendlich eingestellten, Fernrohr ,welches sich in Verbindung mit einem Strahlteilerprisma auf der optische Achse befindet Linse L_3 , die das Licht parallelisiert so eingestellt , das im Fernrohr ein scharfes Bild des Spalts zu erkennen ist. Anschließend wird das Strahlteilerprisma um 90° gedreht und mit Hilfe der fokussierenden Linse L_4 das Bild des Photomultiplier-Spalts ebenfalls scharf gestellt. Der Photomultiplier ist senkrecht zur Strahlachse, mit Hilfe einer Mikrometerschraube, verschiebar und mit der X-Achse eines XY-Schreibers gekoppelt. Die Y-Achse ist an den Ausgang des Pho-

tomultipliers angeschlossen. Anschließend wird das Fernrohr aus dem Strahlengang entfernt und entweder das Strichgitter, oder die Küvette mit dem Ultraschallgitter zwischen L_3 und L_4 eingesetzt.

2.3 Eichung des XY-Schreibers

Die X-Achse des Schreibers mußte noch geeicht werden, um ein Verhältnis zwischen den Abständen der Maxima auf dem Papier und den tatsächlichen Abständen auf der Achse des Photmultipliers zu erhalten.

2.4 Messung der Beugungsbilder

Dieser Aufbau wird für die Messung der Beugungsbilder benutzt. Es werden Messungen sowohl mit dem optischen, als auch mit dem Ultraschallgitter durchgeführt. Beim UG werden zusätzlich noch Frequenz und Amplitude, wie auch der Einfallswinkel des Lichtes variiert.

2.5 Messung der Transmissionsbilder

Der Versuchsaufbau entspricht weitestgehend dem zu Aufnahme der Beugungsbilder. Jedoch wird L_4 entfernt und der PM direkt hinter dem Gitter angebracht. Auch hier werden wieder beide Gitter verwendet und beim UG Frequenz und Amplitude variiert. Als idealisiertes Bild wäre Folgende Verteilung zu erwarten:

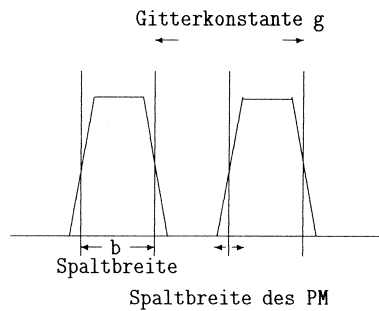


Abbildung 3: theoretische Transmissionskurve

3 Auswertung der Meßergebnisse

3.1 Eichung des XY-Schreibers

Alle Werte wurden mit einer X-Auflösung von 0,1 V/cm aufgenommen, die Werte wurden Bild 1 aus dem Anhang entnommen. der Photomultiplier wurde jeweils 1 mm zwischen jedem Meßpunkt bewegt. Aus den abgelesenen Werten ergab sich:

$$\bar{d} = 6,266mm \quad (13)$$

Mit einer Standardabweichung von:

$$\sigma = 0,067mm \quad (14)$$

Damit ergibt sich ein Umrechnungsfaktor von:

$$u = 0,01596 \pm 0.00107 \quad (15)$$

Der Fehler wurde mit Hilfe des Gauss'schen Fehlerfortpflanzungsgesetzes ermittelt. Weitere Auflösungen wurden nicht aufgenommen, da 0,1 V/cm den auf dem Blatt vorhandenen Platz schon sehr gut ausnutzten.

3.2 Optisches Gitter

3.2.1 Transmissionskurve

Die Spaltbreite b wurde anhand der Halbwertsbreiten der einzelnen Maxima bestimmt, die Gitterkonstante jeweils aus den Abständen der Maxima. Der Plot befindet sich im Anhang unter # 18. Die Fehler wurden mit Hilfe des Gausschen FFG mit:

$$\Delta b_{Gitter} = \sqrt{(u \cdot \Delta b_{XY})^2 + (\Delta u + b_{XY})^2} \quad (16)$$

Um anschließend den Mittelwert der Fehler zu erhalten, wurde zum gemittelten Fehler noch die Standardabweichung addiert.

$$\Delta b_{Gitter}^- = \frac{\frac{1}{7} \cdot \sum_{i=1}^7 \Delta b_{Gitter} + \sigma_{b_{Gitter}}}{2} \quad (17)$$

Diese Gleichungen gelten analog auch für die Bestimmung der Gitterkonstanten. Als Ablesefehler wurde für beide Größen 0,25mm angenommen. Die Resultate sind aus den folgenden Tabellen zu entnehmen.

b_{XY} [mm]	b_{Gitter} [mm]	Δb_{Gitter} [mm]
7	0,112	0,008
8	0,127	0,009
7	0,112	0,008
8	0,127	0,009
7	0,112	0,008
8	0,127	0,008
6	0,096	0,007

g_{XY} [mm]	g_{Gitter} [mm]	Δg_{gitter} [mm]
31	0,495	0,033
26	0,415	0,028
29,5	0,471	0,032
26,5	0,423	0,028
28	0,447	0,03
28,5	0,455	0,031

Aus diesen Werten folgen die Mittelwerte:

$$\bar{b}_{Gitter} = (0,0116 \pm 0,0095) \text{ mm} \quad (18)$$

$$\bar{g}_{Gitter} = (0,451 \pm 0,0298) \text{ mm} \quad (19)$$

3.2.2 Beugungsbild

Das Beugungsbild des optischen Gitters befindet sich im Anhang unter # 2. Da das Beugungsbild eine starke Assymetrie bezüglich des 0. Maximums aufweist, was zum einen an einer nicht exakten Justierung auf 90° Strahleinfallswinkel oder auch an mangelnder Präzision des Gitters liegen kann. Darum wurden die Werte für jeweils das linke und rechte n-te Maximum gemittelt. Die geschah mit Ausnahme des 6.ten Maximums, das auf der linken Seite nicht mehr klar zu erkennen war. Zur Berechnung der theoretischen Intensitäten wurde die Formel:

$$\frac{I_N}{I_0} = \frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{g} \cdot b \cdot N\right)}{\left(\frac{\pi}{g} \cdot b \cdot N\right)^2} \quad (20)$$

Der Ablesefehler wurde mit 0,5mm abgeschätzt und die Fehler wiederum nach dem Gausschen FFG über

$$\Delta \frac{I_N}{I_0} = \sqrt{\left(\frac{\Delta I_N}{I_0}\right)^2 + \left(\frac{I_N \cdot \Delta I_0}{I_0^2}\right)^2} \quad (21)$$

berechnet. Die erhaltenen Werte sind der folgenden Tabelle zu entnehmen.

N	I_r [cm]	I_l [cm]	\bar{I} [cm]	\bar{I} [mV]	$\frac{I_N}{I_0}$	$\Delta \frac{I_N}{I_0}$	$\frac{I_N}{I_0 \text{ theorie}}$
0	11	11	11	1,1	1	0,046	1
1	10,75	7,8	9,275	0,9275	0,843	0,039	0,78
2	5,2	2,6	3,9	0,39	0,354	0,017	0,342
3	1,3	0,48	0,89	0,89	0,081	0,006	0,049
4	0,525	0,45	0,4875	0,0488	0,044	0,005	0,006
5	0,8	0,48	0,64	0,064	0,0058	0,005	0,047
6	0,4	0,1	0,4	0,04	0,036	0,005	0,033

Wie man sieht liegt in etwa die Hälfte der theoretischen Werte innerhalb der Fehlergrenzen unserer Messung ein besonders hohe Abweichung ergibt sich beim Unterdrückten 4. Maximum, was zwar phänomenologisch im Plot zu erkennen ist, aber eine zu starke Intensität aufweist, ähnlich verhält es sich mit dem 3. Maximum. Die anderen Werte sind eigentlich sehr gut, obwohl bei der Mittelung der Werte unsererseits zu kleine Fehlergrenzen angenommen wurden.

3.2.3 Abstände der Maxima

Die Abstände der Maxima wurden ebenfalls aus Plot # 2 ermittelt. Diesen wird der theoretische Wert aus Gleichung [9] des Theorieteils gegenüber gestellt. Mit den Werten $f=20\text{cm}$, $\lambda=488,8\text{nm}$ und $g=0,451\text{mm}$ (für Δd wurde ein Ablesefehler von 1mm angenommen), und er Mittelung der Meßwerte für links und rechts ergibt sich folgende Tabelle:

N	$d_{nr}[\text{mm}]$	$d_{nl}[\text{mm}]$	$d_n[\text{mm}]$	$d_{real}[\text{mm}]$	$\Delta d_{real}[\text{mm}]$	$d_{N-Theorie}$
1	14,5	14,5	14,5	0,231	0,016	0,226
2	28	28	28	0,447	0,016	0,453
3	43,5	42	42,725	0,682	0,016	0,679
4	56	57	56,5	0,902	0,016	0,906
5	69	71	70	1,117	0,016	1,132
6	83	84	83,5	1,333	0,016	1,359

Die Werte liegen alle (bis auf den letzten) innerhalb der Fehlergrenzen. Die zunehmende Abweichung mit höherer Ordnungszahl resultiert mit Sicherheit aus Ableseschwierigkeiten, die sich aus der geringen Ausprägung der höheren Maxima ergeben.

3.2.4 Extrapolation auf Maxima höherer Ordnung

In unserem Plot sind nur Maxima bis zu 6-ten Ordnung erkennbar, mit den in den beiden vorherigen Teilen verwendeten theoretischen Formeln lassen sich jedoch diese Maxima extrapolieren. Es ergibt sich:

N	$I[\text{mV}]$	$d_{real}[\text{mm}]$
7	0,0003	1,585
8	0,0005	1,812

Wie man sieht sind die hier zu erwartenden Werte weit unterhalb des Meßgenauigkeit unserer Aufzeichnungen. Man sieht allerdings deutlich, daß das 7-te Maximum stark unterdrückt ist, was noch einmal dazu beiträgt, das es nicht mehr nachweisbar ist.

3.3 Das Ultraschall-Gitter

3.3.1 Die Transmissionskurve

Die Transmissionskurven wurden bei einer Frequenz von $2000 \pm 30 \text{ kHz}$ aufgenommen und dies mit jeweils einer Amplitude von 0,8, 0,56 und 0,4 V. Die ausgewerteten Kurven finden sich unter Bild 13, 14 und 15 im Anhang. Wie es zu erwarten war sind die Transmissionsamplituden weitestgehend identisch. Der Versuch ebenfalls eine Transmissionskurve bei 6 MHz aufzunehmen scheiterte, da aus dem aufgenommenen Plot keine Maxima eindeutig zu erkennen waren (Bild 16), deshalb wurde auf weitere Aufnahmen bei dieser Frequenz verzichtet. Für die verschiedenen Bilder wurde jeweils der Abstand zwischen den Maxima ausgemessen und gemittelt, sowie der Fehler über die Standardabweichung berechnet. Die Ergebnisse finden sich in folgender Tabelle:

$A[V]$	$d[cm]$	$\Delta d[cm]$	$d_{real}[mm]$	$\Delta d_{real}[mm]$
0,8	2,027	0,227	0,324	0,0422
0,56	2	0,301	0,319	0,0526
0,5	1,858	0,306	0,297	0,0527

Daraus ergeben sich für die Wellenlängen:

$$\Lambda_{0,8} = 0,648 \pm 0,0844 \text{ mm} \quad (22)$$

$$\Lambda_{0,56} = 0,638 \pm 0,152 \text{ mm} \quad (23)$$

$$\Lambda_{0,4} = 0,596 \pm 0,154 \text{ mm} \quad (24)$$

Somit folgt für die Berechnung der Schallgeschwindigkeit:

$$v = \nu \cdot \Lambda \quad (25)$$

mit dem Fehler:

$$\Delta v = \sqrt{(\Delta \nu \cdot \Lambda)^2 + (\nu \cdot \Delta \Lambda)^2} \quad (26)$$

Daraus folgt also:

$$v_{0,8} = 1294 \pm 170 \frac{m}{s} \quad (27)$$

$$v_{0,56} = 1276 \pm 211 \frac{m}{s} \quad (28)$$

$$v_{0,4} = 1186 \pm 211 \frac{m}{s} \quad (29)$$

3.3.2 Beugungsbilder bei unterschiedlichen Amplituden des Schwingquarz

Wir haben die Beugungsbilder für 3 unterschiedliche Amplituden (0,78, 0,56 und 0,4V) sowohl bei $2000 \pm 30 \text{ kHz}$ aufgenommen (Anhang: Bild 4,5,6), als auch bei $6000 \pm 40 \text{ kHz}$ mit den Amplituden 0,8, 0,56 und 0,4V (Anhang: Bild 7,8,9) aufgenommen. Aufgrund der Abnahme des Gradienten des Brechungsindex bei Verringerung der Amplitude ist mit einer Abnahme der beobachtbaren Maxima zu rechnen. Dies bestätigt sich auch, bei 0,78V Amplitude konnten noch 11 Maxima ausgezählt werden, bei 0,56V waren es noch 7 und bei 0,4V nur noch 5. Bei 6MHz sind sowieso nur 3 Maxima beobachtbar, allerdings sieht man auch hier bei abnehmender Amplitude ein Verschwinden der beiden Nebenmaxima. Da allerdings die eingestrahlte Lichtintensität konstant bleibt, ist mit einem Anstieg der Intensität des Hauptmaximums bei sinkender Amplitude zu rechnen. Dies wird wiederum durch die aufgenommenen Plots bestätigt. Bei

einer Amplitude von 0,78V hat das Maximum 0-ter Ordnung eine Amplitude von 87mV, bei 0,56V von 120mV und 214mV bei 0,4V und 2Mhz. Analoges, wenn auch in stark abgeschwächter Form, da hier sowieso nur die ersten Nebenmaxima auftreten, ist bei 6Mhz zu beobachten. In den folgenden 3 Tabellen sind sowohl die Abstände der Maxima zum Hauptmaximum, wie auch die daraus mit der bekannten Formel berechneten Wellenlängen inklusive ihrer Fehler dargestellt, als Ablesefehler wurde wiederum 1mm angenommen.

$$A=0,8V \quad \nu = 2Mhz$$

N	$d_{gem}[cm]$	$d_{real}[mm]$	$\Lambda[mm]$	$\Delta\Lambda[mm]$
5l	5	0,796	0,613	0,021
4l	4	0,636	0,613	0,016
3l	3,05	0,485	0,603	0,013
2l	2,075	0,33	0,591	0,009
1l	1,2	0,191	0,511	0,006
1r	0,925	0,147	0,663	0,004
2r	1,75	0,278	0,701	0,06
3r	2,7	0,429	0,682	0,01
4r	3,75	0,597	0,654	0,15
5r	4,85	0,771	0,632	0,2

$$A=0,56V \quad \nu = 2Mhz$$

N	$d_{gem}[cm]$	$d_{real}[mm]$	$\Lambda[mm]$	$\Delta\Lambda[mm]$
3l	3,1	0,495	0,591	0,0134
2l	2,15	0,343	0,569	0,01
1l	1,05	0,167	0,582	0,005
1r	0,8	0,127	0,764	0,003
2r	1,725	0,275	0,709	0,006
3r	2,7	0,43	0,679	0,1

$$A=0,4V \quad \nu = 2Mhz$$

N	$d_{gem}[cm]$	$d_{real}[mm]$	$\Lambda[mm]$	$\Delta\Lambda[mm]$
2l	2,3	0,367	0,532	0,011
1l	1,05	0,168	0,582	0,005
1r	0,8	0,127	0,764	0,003
2r	1,8	0,287	0,679	0,007

Wie man sieht sind die Fehler sehr klein, deshalb wird nun bei der Mittelung der Wellenlängen zur Schallgeschwindigkeitsbestimmung die Standardabweichung verwendet. Es ergeben sich folgende gemittelte Wellenlängen:

$$\Lambda_{0,8} = 0,626 \pm 0,054mm \quad (30)$$

$$\Lambda_{0,56} = 0,649 \pm 0,08mm \quad (31)$$

$$\Lambda_{0,4} = 0,639 \pm 0,1mm \quad (32)$$

Somit folgt mit der bereits im vorherigen Abschnitt benutzten Fehlerformel für die Schallgeschwindigkeit:

$$v_{0,8} = 1278 \pm 207 \frac{m}{s} \quad (33)$$

$$v_{0,56} = 1252 \pm 109 \frac{m}{s} \quad (34)$$

$$v_{0,4} = 1290 \pm 170 \frac{m}{s} \quad (35)$$

Für eine sinnvolle Auswertung der Beugungsbilder mit 6MHz sind zu wenige Maxima sichtbar. Deshalb wurden diese hier nicht tabellarisch erfaßt.

3.3.3 Beugungsbilder bei unterschiedlichen Frequenzen

Da der Abstand der Beugungsbilder reziprok zur Wellenlänge ist erwartet man bei Betrachtung der Beugungsbilder weniger sichtbare Maxima mit einer höheren Intensität der Maxima. Der Quarz schwingt bei 6Mhz in seiner dritten Oberschwingung, befindet sich hier also auch in Resonanz. Dies bestätigt sich bei den hier aufgenommenen Figuren vollkommen. (Hier wurden die gleichen Bilder wie im vorherigen Abschnitt verwendet: Bild 4,5,6 (2MHz); Bild 7,8,9 (6Mhz)). Man erwartet, daß sich die Abstände der benachbarten Maxima von 2 MHz zu 6 MHz verdreifachen. Die mittleren Abstände zwischen zwei Maxima der jeweils bei 3 Amplituden aufgenommenen Beugungsbilder betragen (Auf eine Fehlerbetrachtung wurde aufgrund des rein phänomenologischen Wertes des Vergleichs verzichtet) :

$$\bar{d}_{gem-2} = 1,026cm \quad (36)$$

$$\bar{d}_{gem-6} = 2,908cm \quad (37)$$

$$\text{also:} \quad (38)$$

$$\frac{\bar{d}_{gem-6}}{\bar{d}_{gem-2}} = 2,834 \quad (39)$$

$$(40)$$

Man sieht, daß die Werte ungefähr den Erwartungen entsprechen, die Schwankungen entstehen mit Sicherheit aus Ablesefehlern, der im allgemeinen ja mit 1mm angenommen wurde, was das Ergebnis natürlich stark verbessern würde. Weiterhin sind bei 6Mhz die Amplituden wesentlich größer als bei 2Mhz (Dies ist analog zum Strichgitter, bei dem mit höherer Gitterkonstante die Intensität der Maxima steigt), die Intensität des 0-ten Maximums bei maximaler Amplitude z.B hat ein Verhältnis von 87mV zu 270mV.

3.3.4 Beugungsbilder bei unterschiedlichem Einfallswinkel

Bei einem von 0° verschiedenen Einfallswinkel des Lichts ist eine zuerst asymmetrische Verteilung der Maxima, dann bei größeren Winkeln schließlich ein Verschwinden aller Nebenmaxima und einer Zunahme der Intensität des Hauptmaximums zu rechnen. Dies geschieht, da die einfallenden Lichtwellen nun nicht mehr diskret durch ein Gebiet höherer oder niedrigerer Dichte laufen, sondern mehrere Knoten passieren. Bei einem Einfall parallel zum Schall können somit überhaupt keine Beugungserscheinungen mehr beobachtet werden, da alle Wellen die gleiche optische Weglänge durchlaufen. Es wurden Beugungsbilder für 10,5 und -5 Grad gegen den senkrechten Einfall aufgenommen (Bild 10,11,12). Bei 10° (Bild 10) ist nur noch das Hauptmaximum 0-ter Ordnung zu erkennen, bei 5° (Bild 11) läßt sich noch das Nebenmaximum erster Ordnung, wenn auch nur schwach erkennen. Bei -5° (Bild 12) sind noch mehrere Nebenmaxima zu erkennen, allerdings sieht man hier schon deutlich die Asymmetrie der Verteilung. **Aus den Unterschieden zwischen Bild 11 und Bild 12 läßt sich schließen, daß die von uns gewählte Nullposition nicht exakt der wirklichen Nullposition entspricht, sondern ca -2,5°. Dies erklärt vielleicht die großen Fehler unserer Meßwerte !!**

3.3.5 Bestimmung der Schallgeschwindigkeit aus den Meßwerten der Beugungsbilder und Transmissionskurven

In den vorherigen Abschnitten wurden folgenden Schallgeschwindigkeiten ermittelt:

$$v_{T-0,8} = 1294 \pm 170 \frac{m}{s} \quad (41)$$

$$v_{T-0,56} = 1276 \pm 211 \frac{m}{s} \quad (42)$$

$$v_{T-0,4} = 1186 \pm 211 \frac{m}{s} \quad (43)$$

$$v_{B-0,8} = 1278 \pm 207 \frac{m}{s} \quad (44)$$

$$v_{B-0,56} = 1252 \pm 109 \frac{m}{s} \quad (45)$$

$$v_{B-0,4} = 1290 \pm 170 \frac{m}{s} \quad (46)$$

Somit ergibt mit folgendem folgenden Fehler:

$$\Delta \bar{v} = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{\Delta v_{T-0,8}^2 + \Delta v_{T-0,56}^2 + \Delta v_{T-0,4}^2 + \Delta v_{B-0,8}^2 + \Delta v_{B-0,56}^2 + \Delta v_{B-0,4}^2} \quad (47)$$

Ein Mittelwert von:

$$\bar{v} = 1263 \pm 74 \frac{m}{s} \quad (48)$$

Der errechnete Wert liegt sehr nahe am Literaturwert von Terpentin, der bei 1280m/s liegt. Da es sich hier allerdings um Terpentinersatz handelt kann die Schallgeschwindigkeit in diesem Medium natürlich variieren. Ansonsten ist die Messung eigentlich als sehr gelungen anzusehen. Der relativ große Fehler resultiert wohl aus der wahrscheinlich nicht völlig exakten Justage des Einfallswinkels.

3.4 Abschlußbemerkungen

Als abschließende Bemerkung möchte ich nur noch anführen, daß das optische Gitter wohl von sehr schlechter Qualität ist, ich hätte dort bessere Beugungsbilder erwartet.

4 Anhang