

Physikalisches Institut der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn

Protokoll zu

Versuch K123 - β -Spektrometer

Fortgeschrittenen Praktikum I

Wintersemester 1998/99

Von

Christian Funke, Torge Szczepanek

Semesterzahl: 7

Hauptfach: Physik

Assistent : Carsten Wittmack

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	3
1.1	Der β -Zerfall	3
1.1.1	β^- Zerfall	3
1.1.2	β^+ Zerfall	3
1.1.3	Elektroneneinfang	3
1.2	Innere Konversion	3
1.3	Augerelektronen	4
1.4	Das kontinuierliche Energiespektrum	4
1.5	Der Kurie-Plot	5
2	Versuchsaufbau	6
3	Auswertung und Ergebnisse	8
3.1	Energie-Eichung des β -Spektrometers mit Cs	8
3.1.1	Messung des Untergrundes	8
3.1.2	Messung der Offset-Spannung	8
3.1.3	Das Cs-Spektrum	8
3.2	Auflösungsvermögen des Spektrometers	12
3.3	Das Spektrum von ^{204}Tl	13
3.4	Der Kurie-Plot von ^{204}Tl	14
3.5	Das Spektrum von ^{22}Na	16
3.6	Der Kurie-Plot von ^{22}Na	17
4	Zusammenfassung	18
5	ANHÄNGE	19
5.1	Anhang A - Fermi-Funktion von Na	19
5.2	Anhang B - Cs-Tabellen	20
5.3	Anhang C - Tl-Tabelle	22
5.4	Anhang D - Na-Tabelle	23

1 Theorie

1.1 Der β -Zerfall

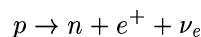
Der β -Zerfall ist ein Kernzerfall, bei dem sich die Kernladungszahl um ± 1 verändert und die Massenzahl konstant bleibt. Man unterscheidet drei Arten des β -Zerfalls.

1.1.1 β^- Zerfall



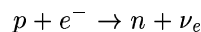
Dieser Zerfall ist nur möglich, wenn das Tochteratom eine kleinere Atommasse als das Mutteratom hat. Die Masse des zu erzeugenden Elektrons ist im Tochteratom ($Z+1$) durch das zusätzliche Hüllenelektron vertreten.

1.1.2 β^+ Zerfall



Bei diesem Zerfall muß ein Positron erzeugt werden und das Tochteratom ($Z-1$) besitzt ein Hüllenelektron weniger als das Mutteratom. Deshalb ist dieser Zerfall nur möglich, wenn die Atommasse des Tochteratoms um $2m_e$ kleiner als die des Mutteratoms ist.

1.1.3 Elektroneneinfang



Bei diesem Prozess vereinigt sich ein Elektron der Elektronenhülle mit einem Proton des Kerns zu einem Neutron. Es werden bevorzugt Elektronen der inneren Schalen (insbesondere K-Schale) verwendet, da diese die größte Aufenthaltswahrscheinlichkeit im Bereich des Kerns haben. Da bei diesem Prozess ein Hüllenelektron des selben Kerns vernichtet wird und somit das Tochteratom ohne Abgabe oder Einfang eines Elektrons elektrisch neutral ist, ist der Elektroneneinfang möglich, wenn die Atommasse des Tochteratoms kleiner als die des Mutteratoms ist. Insofern tritt der Elektroneneinfang immer in Konkurrenz zum β^+ Zerfall auf. Liegt die Masse des Tochteratoms zwischen der des Mutteratoms und $2m_e$ weniger als die des Mutteratoms, so tritt nur Elektroneneinfang ohne β^+ -Zerfall auf.

Bei jedem β -Zerfall entsteht ein (Anti-)Neutrino. Dieses Teilchen nimmt einen Teil der beim β -Zerfall freiwerdenden Energie als kinetische Energie mit. Deshalb liegen die beim Zerfall entstehenden Elektronen (Positronen) in einem kontinuierlichen von 0 bis zur Massendifferenz der beteiligten Atome. (Diese Überlegung setzt voraus, daß die Neutrinos masselos sind; ansonsten würde sich die Maximalenergie der Elektronen noch um die Masse der Neutrinos reduzieren).

1.2 Innere Konversion

Nach einem β -Zerfall befindet sich der Tochterkern in einem angeregten Zustand. Beim Übergang in den Grundzustand wird Energie frei. Diese Energie wird vorzugsweise auf ein kernnahes Elektron übertragen. Diese Elektron erhält als kinetische Energie die Anregungsenergie abzüglich seiner Bindungsenergie. Daraus ergibt sich ein diskretes Spektrum.

1.3 Augerelektronen

Befindet sich ein Atom in einem angeregten Zustand (z.B. nach innerer Konversion), so kehrt es in den Grundzustand zurück indem es ein Elektron aus einem höheren Zustand in die vorhandene Lücke springt. Die dabei freiwerdende Energie kann an ein anderes Hüllenelektron übertragen werden. Ist sie größer als dessen Bindungsenergie, so wird es als Auger-Elektron mit diskreter kinetischer Energie emittiert.

1.4 Das kontinuierliche Energiespektrum

Der Kernzerfall ist ein quantenphysikalischer Effekt. Durch zeitabhängige Störungsrechnung in erster Ordnung erhält man eine Formel für die Übergangswahrscheinlichkeit:

$$N(p) dp = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle \Psi_f | H | \Psi_i \rangle|^2 \frac{dn}{dE_0}$$

Das Übergangsmatrixelement ist nur sehr schwach energieabhängig. Deshalb hängt die Form des emittierten Energiespektrums allein vom Phasenraumfaktor ab. Die nähere Untersuchung des Volumens der Zustände im Phasenraum liefert:

$$\frac{dN}{dE_0} = \frac{V^2}{4\pi^2 \hbar^6 c^3} p_e^2 (E_0 - E)^2 dp_e$$

Hierbei ist E_0 die Maximalenergie der ausgesandten Elektronen. Damit ergibt sich

$$N(p) dp = \frac{|H_{fi}|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^3} p^2 (E_0 - E)^2 dp$$

Nach Einführung der dimensionslosen Größen:

$$\epsilon = \frac{E}{m_0 c^2}$$

$$\eta = \frac{p}{m_0 c}$$

,gilt:

$$N(\eta) d\eta = \frac{|H_{fi}|^2}{const.} \eta^2 (\epsilon_0 - \epsilon)^2 d\eta$$

Diese Gleichung beschreibt das Energiespektrum der emittierten Elektronen (bzw. Positronen) am Ort ihrer Entstehung, also im Kern. Die Beobachtung findet jedoch weit außerhalb des Kerns statt. Da es sich bei Elektronen (Positronen) um geladene Teilchen handelt, muß deshalb das Energiespektrum aufgrund des Coulombfeldes des Kerns und der Elektronenhülle modifiziert werden. Niederenergetische Positronen müssen zunächst den Potentialwall des Kerns überwinden. Deshalb werden niederenergetische Positronen kaum beobachtet (die geringe sichtbare Zählrate kommt dadurch zustande, daß die Positronen den Potentialwall durchtunneln können. Dies erklärt auch den exponentiellen Verlauf der Beobachtungswahrscheinlichkeit in diesem Bereich). Hat ein Positron den Kern verlassen, so wird es durch das Feld des Kerns beschleunigt. Dadurch ergibt sich im Energiespektrum eine Verlagerung zu höheren Energien. Für Elektronen sieht der Effekt durch das Coulombpotential genau umgekehrt aus. Das modifizierte Energiespektrum ist in der Abbildung dargestellt. Diese Einflüsse durch das Coulombpotential, sowie der Effekt

der Potentialabschirmung durch die Hülle sind (insbesondere bei Atomen mit größerer Ordnungszahl) analytisch sehr schwer darstellbar. Deshalb wird die Gleichung durch den Faktor $F(Z, \eta)$, der Fermifunktion ergänzt, welche in tabellierter Form vorliegt und den Einfluß des Coulombfeldes des Kerns auf die Energie-Verteilung des Elektrons bzw. Positrons berücksichtigt.

Letztendlich hat das kontinuierliche Energiespektrum die Gestalt:

$$N(\eta) d\eta = \frac{|H_{fi}|^2}{const.} F(Z, \eta) \eta^2 (\epsilon_0 - \epsilon)^2 d\eta$$

Dieses Spektrum wird durch die diskreten Linien der inneren Konversion und der Auger-Elektronen überlagert.

1.5 Der Kurie-Plot

Die korrigierte Gleichung zeigt, daß ein Diagramm, in dem $\sqrt{\frac{N(\eta)}{\eta^2 F(Z, \eta)}}$ gegen ϵ abgetragen wird, eine Gerade ergibt, die die Abszisse bei der Maximalenergie der emittierten Teilchen schneidet. Diese Darstellung nennt sich Kurie-Plot.

2 Versuchsaufbau

Im β -Spektrometer wird eine Impulstrennung mit Hilfe eines Magnetfeldes durchgeführt. In einem homogenen Magnetfeld gilt für ein geladenes Teilchen mit Ladung e , welches sich auf einer Kreisbahn mit Radius ρ senkrecht zum Magnetfeld B mit der Geschwindigkeit v bewegt im Kräftegleichgewicht

$$m \frac{v^2}{\rho} = e(\vec{a} \times \vec{B})$$

bzw.

$$p = eB\rho$$

Eine solche Anordnung läßt sich zwar so aufbauen, daß in radialer Richtung eine Fokussierung des Teilchenstrahls stattfindet, eine Fokussierung in Richtung des Magnetfeldes ist jedoch nicht möglich. Im doppelt fokussierten Spektrometer wird ein Magnetfeld verwendet, das in radialer Richtung einen negativen Feldgradienten hat. Ein Elektron, daß von einem Punkt des Sollkreises (Radius ρ_0 gegeben durch $p = eB\rho_0$) unter einem radialen Winkel φ_ρ startet schneidet den Sollkreis, nachdem es einen Winkel ϕ_ρ durchlaufen hat. Für kleines φ_ρ gilt:

$$\phi_\rho = \pi \left(1 + \frac{\rho_0}{B(\rho_0)} \left(\frac{dB}{d\rho} \right)_{\rho_0} \right)^{-\frac{1}{2}}$$

Entsprechend gilt für den axialen Fokussierungswinkel:

$$\phi_z = \pi \left(-\frac{\rho_0}{B(\rho_0)} \left(\frac{dB}{d\rho} \right)_{\rho_0} \right)^{-\frac{1}{2}}$$

Damit gilt die Beziehung

$$\frac{1}{\phi_\rho^2} + \frac{1}{\phi_z^2} = \frac{1}{\pi^2}$$

Eine stigmatische Abbildung (also gleichzeitige Fokussierung in beiden Achsen) ergibt sich für $\phi_\rho = \phi_z$. Hieraus folgt sofort als Bedingung für das Magnetfeld

$$B = B_0 \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}}$$

sowie für den Fokussierungswinkel $\phi = \pi\sqrt{2} \approx 256^\circ$.

Den Aufbau des verwendeten Spektrometers zeigt Abbildung 1 auf der nächsten Seite.

Die Stärke des Magnetfeldes wird mit einer Hallsonde gemessen, deren Hallspannung U proportional zur Magnetfeldstärke ist. Die schwenkbare Blende dient dazu, verschiedene Transmissionsraten einstellen zu können. Auf der Apparatur befindet sich eine Skala, die es ermöglicht, Transmissionsraten zwischen 0,5% und 4% einzustellen. Die Apparatur wird mit Hilfe einer Vakuumpumpe evakuiert, die einen Druck von 0,06 bis 0,09 Torr in der Vakuumkammer erzeugt. Zur Registrierung der Teilchenstrahlen wird ein Halbleiterdetektor verwendet. Die registrierten Impulse werden in einem einstellbaren Zeitintervall auf

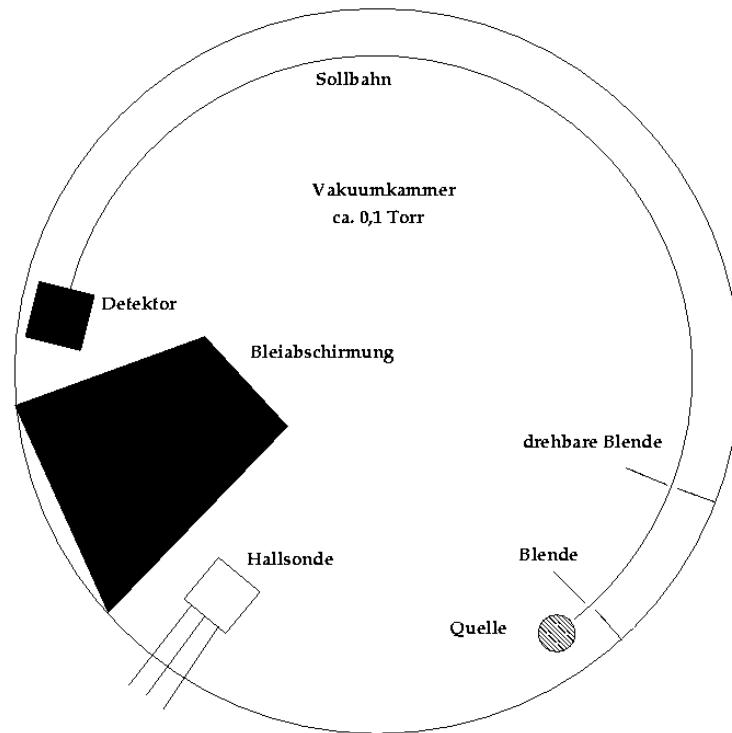


Abbildung 1: Spektrometer

einem Sichtzähler (BNC-Zähler) gezählt. Der Detektor hat eine endliche Öffnungsbreite $\Delta\rho$. Damit liefert die Messung immer Zählraten eines Impulsintervalls, welches die Größe

$$\Delta p \approx eB\Delta\rho$$

hat. Die Breite des gemessenen Impulsintervalls variiert als bei Änderung der Magnetfeldstärke. Bezeichne ich mit $n(p)$ die Zählrate pro Impulsintervall und mit n die tatsächliche Zählrate, so gilt

$$n = n(p) \Delta \approx n(p) eB\Delta\rho$$

$$n(p) \propto \frac{n}{B} \propto \frac{n}{U_{Hall}}$$

3 Auswertung und Ergebnisse

3.1 Energie-Eichung des β -Spektrometers mit Cs

3.1.1 Messung des Untergrundes

Durch Streuprozesse innerhalb der Apparatur existiert im Inneren eine Untergrundstrahlung, die von den gemessenen Zählraten subtrahiert werden muß. Deshalb wurde vor jeder Messung der Untergrund für jeweils 4 Zeitintervalle gemessen und anschließend gemittelt. Die Werte für alle Messungen sind in der folgenden Tabelle zusammengefaßt (Für Cs wurde nur eine Untergrundmessung vorgenommen) zusammen mit Mittelwert und stat. Fehler:

Präparat	N_1	N_2	N_3	N_4	N_{Untergr}	ΔN
Cs (40s)	3	0	3	1	1,75	1,32
Tl (100s)	3	4	2	4	3,25	1,803
Na (200s)	11	8	5	4	7	2,646

3.1.2 Messung der Offset-Spannung

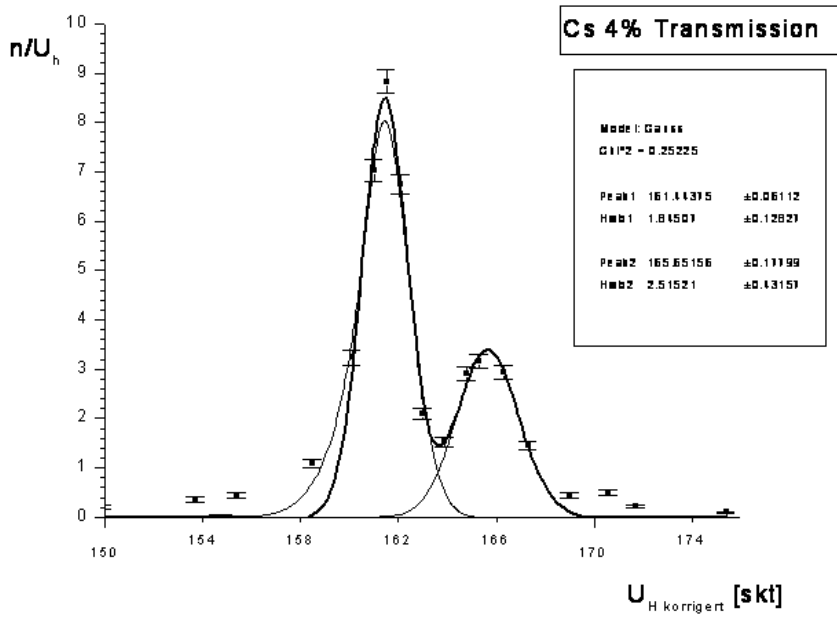
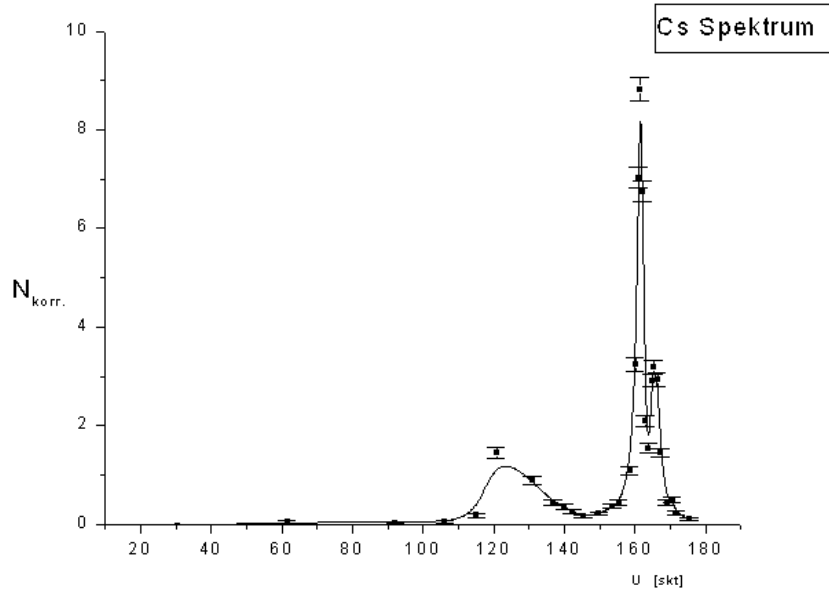
Da die zur Messung des Magnetfeldes verwendete Hall-Sonde eine, vermutlich durch asymmetrische Abgriffe entstehende Off-Set-Spannung aufweist, wurde diese vor jeder Messung bestimmt. Sie ergab sich jedoch zu einem konstanten Wert von $6,26 \pm 0,05 \text{ Svt}$ für alle Messungen, so daß sie hier nicht weiter explizit auftaucht, aber alle Messungen von U_H um diesen Wert korrigiert wurden.

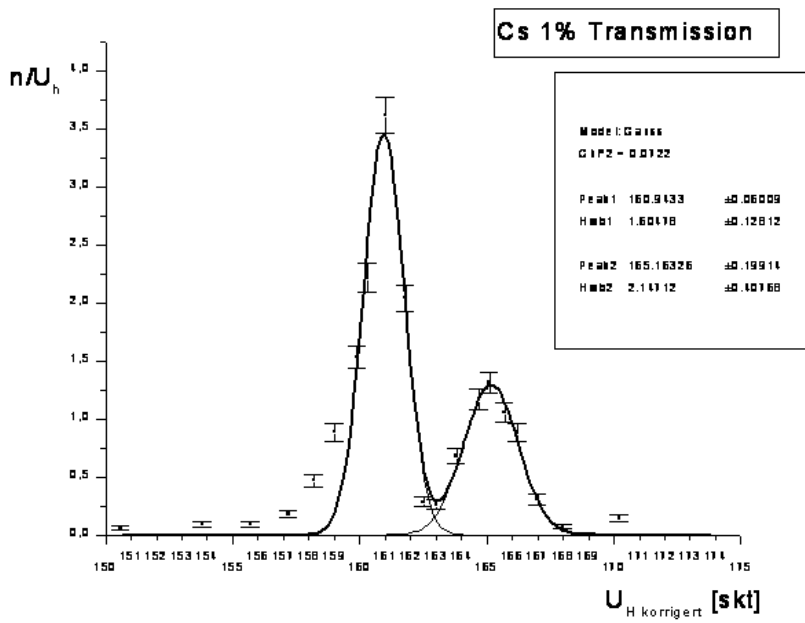
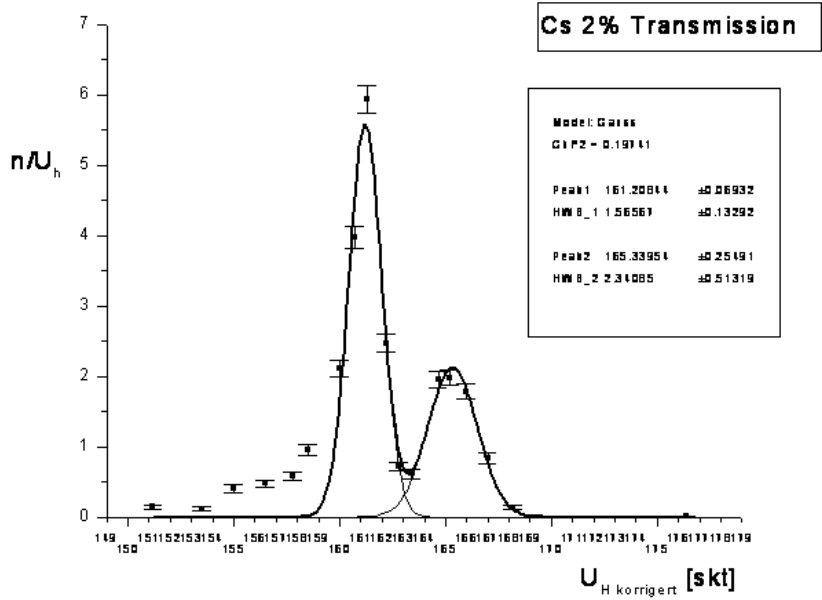
3.1.3 Das Cs-Spektrum

Da in diesem Versuchsteil die K- und L-Konversionspeaks des Cs-Spektrums bestimmt werden sollten wurde als erstes ein grobes Cs-Spektrum aufgenommen um den Hallspannungs-Bereich festzustellen, in dem die Peaks liegen. Dies geschah bei 4%-Transmission. Um die Zählraten auf gleich große Impulsintervalle beziehen zu können wurden die Zählraten noch durch die Hallspannung geteilt, und ihr Fehler gemäß

$$\Delta N_{\text{korrr}} = \sqrt{\left(\frac{1}{U_H} \cdot \Delta N\right)^2 + \left(-\frac{N}{U_H^2} \cdot \Delta B\right)^2} \quad (1)$$

mit den Fehlern $\Delta N = \sqrt{N}$ und $\Delta U = 0,1 \text{ Svt}$ (Abschätzung aus Offset-Fehler und Ablesefehler). Abbildung 2 zeigt den Plot des Spektrums und markiert den Bereich von ca. 150-180 Svt als für die Energieeichung interessant. Wie in Abbildung 3 weiter gezeigt, wurde durch die jeweiligen Peaks eine Gauss-Funktion gelegt und deren Peak und Halbwertsbreite mit den zugehörigen Fehlern bestimmt. Dies geschah ebenfalls für 2% und 1% Transmission (s. Tabellen im Anhang)





Die so ermittelten Werte liefern folgendes Ergebnis:

Messung	K-Peak	ΔK	L - Peak	ΔL	HWB_K	ΔHWB	HWB_L	ΔHWB_L
Cs 4%	161,444	0,061	165,657	0,177	1,85	0,128	2,512	0,432
Cs 2%	161,208	0,069	165,340	0,254	1,566	0,133	2,341	0,514
Cs 1%	160,943	0,061	165,163	0,199	1,605	0,128	2,147	0,408

Für die kinetische Energie der K- und L-Konversionselektronen gilt nun folgende Beziehung:

$$E_{kin} = E_\gamma - E_{bind} \quad (2)$$

Sowohl die γ -Energien als auch die Bindungsenergien können aus dem Fp-Skript entnommen werden. Da die L-Schale dreifach aufgespalten ist, und vom Spektrometer nicht aufgelöst werden kann, muß für diese eine Mittelung der Bindungsenergien gebildet werden. Diese wurde mit dem Faktor $2S + 1$ gewichtet. Somit folgt für die Bindungsenergien:

$$E_{bind-K} = 37,441keV \quad (3)$$

$$E_{bind-L} = \frac{1}{8} \left(2E_{2p_{\frac{1}{2}}} + 2E_{2s_{\frac{1}{2}}} + 2E_{2p_{\frac{3}{2}}} \right) = 5,526keV \quad (4)$$

$$(5)$$

Somit lassen sich nun die kinetischen Energien der Elektronen bestimmen:

$$E_{kin-K} = E_\gamma - E_{bind-K} = 624,16keV \quad (6)$$

$$E_{kin-L} = E_\gamma - E_{bind-L} = 656,07keV \quad (7)$$

$$(8)$$

Diese Werte kann man nun mittels folgender Gleichung die man durch Gleichsetzen der Lorentz-Kraft und der Zentripetal-Kraft mit anschließendem Ausnutzen des relativistischen Energiesatzes erhält.

$$B\rho = \frac{1}{ec} \sqrt{E_{kin}^2 + 2E_{kin} \cdot m_e c^2} \quad (9)$$

Mit m_e =Elektronenmasse und c =Lichtgeschwindigkeit ergibt dich für die $B\rho$ -Werte der Konversionselektronen:

$$B\rho_K = 3381,1Gcm \quad (10)$$

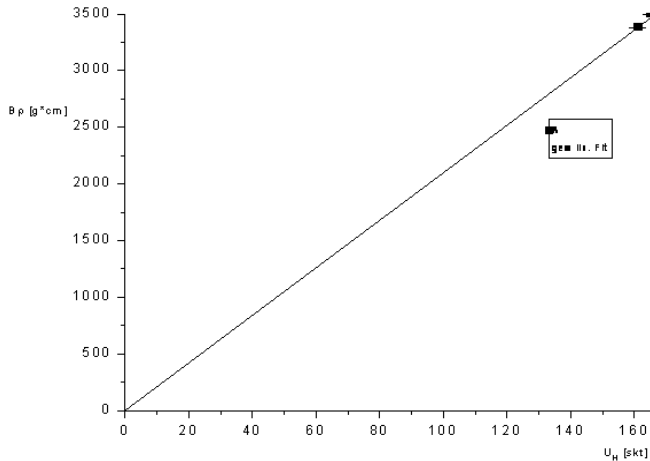
$$B\rho_L = 3499,9Gcm \quad (11)$$

$$(12)$$

Nun wurden die Peak-Werte der Gauß-Fits in [skt] gegen die Energie $B\rho$ geplottet und mittels einer gewichteten linearen Regression, deren Verlauf durch den Nullpunkt gelegt wurde der Eichfaktor bestimmt der die Gleichung

$$B\rho = m \cdot U_H \quad (13)$$

löst.



Die lineare Regression ergab:

$$m = (20,99072 \pm 0,0351) \frac{Gcm}{Skt} \quad (14)$$

Somit haben wir einen direkten Zusammenhang zwischen der Hallspannung U_H und der Energie der Elektronen $B\rho$ gefunden, was im weiteren noch sehr intensiv genutzt werden wird.

3.2 Auflösungsvermögen des Spektrometers

Das Auflösungsvermögen des Spektrometers ist definiert als:

$$A = \frac{Hwb}{Peak} \quad (15)$$

In unserem Fall wurden sowohl die Koordinaten der Peaks, als auch die Halbwertsbreiten in Einheiten von U_H gemessen, sodaß sich für das hier verwendete Spektrometer ergibt:

$$A_{spek} = \frac{HWB[skt]}{U_{peak}[skt]} \quad (16)$$

der Fehler berechnet sich über:

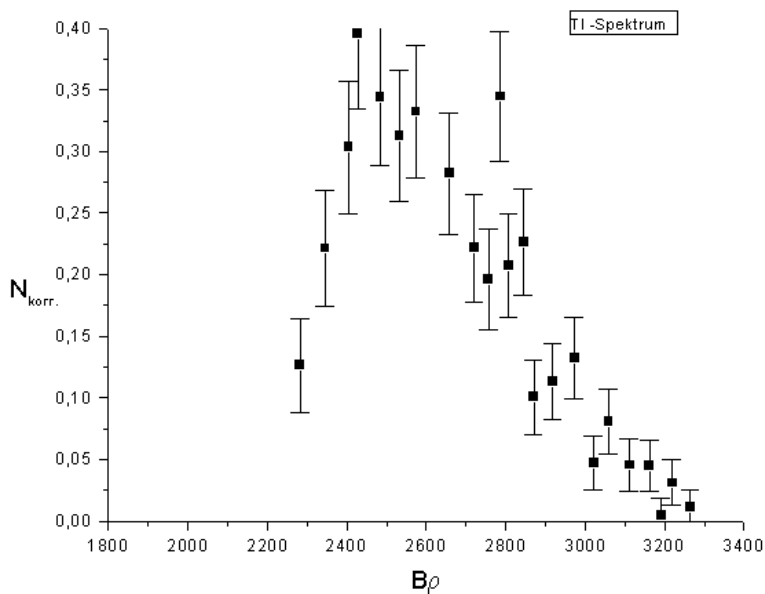
$$\Delta A_{spek} = \sqrt{\left(\frac{1}{U_{peak}} \Delta Hwb\right)^2 + \left(\frac{Hwb}{U_{peak}^2} \Delta U_{peak}\right)^2} \quad (17)$$

Aufgrund der Dreifach Aufspaltung der L-Linien ist es nur sinnvoll das Auflösungsvermögen Anhand der K-Peaks zu bestimmen, da der L-Peak ja eine Überlagerung darstellt. Die in der folgenden Tabelle verwendeten Werte wurden der weiter oben stehenden Auflistung entnommen, und mit ihnen das Auflösungsvermögen bestimmt.

Transm.	$U_{peak}[skt]$	$\Delta U_{peak}[skt]$	$Hwb[skt]$	$\Delta Hwb[skt]$	A_{spek}	ΔA_{spek}
4%	161,444	0,061	1,85	0,128	1,146%	0,079%
2%	161,208	0,069	1,566	0,133	0,9714%	0,083%
1%	160,943	0,061	1,605	0,128	0,9972%	0,079%

Man sieht, daß bei niedrigerer Transmission das Auflösungsvermögen steigt, und eigentlich hätte das Auflösungsvermögen der Messung bei 1% Transmission noch besser sein müssen, aber dies war aufgrund von Meßgenauigkeiten und durch die Apparatur bedingte Fehlerquellen wohl nicht klar aufzulösen.

3.3 Das Spektrum von ^{204}Tl



^{204}Tl zerfällt mit einem β^- -Zerfall in den Grundzustand von ^{204}Pb . Da es sich um einen reinen β^- -Zerfall handelt und der Kern direkt in den Grundzustand übergeht werden hier keine Konversionslinien gemessen. Da das Tl-Präparat wesentlich schwächer strahlt, als die Cs-Probe wurde die Meßzeit auf 100s verlängert. Ansonsten erfolgte die Aufnahme analog zum Cs-Spektrum. Als Transmission wurde hier als einzige Einstellung eine Transmission von 4% gewählt. Es ist anzumerken, daß die Probe nur noch eine sehr schwache Intensität aufwies und selbst im Maximum nur ca. 60 Ereignisse gezählt wurden. Im Plot wurden nun die aus dem vorherigen Versuchsteil ermittelten $B\rho$ Werte aufgetragen. Die angegebenen Fehler wurden mit dem Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetz bestimmt. Die Korrektur der Zählrate erfolgt immer noch mit U_H . Die zugehörige Tabelle befindet sich im Anhang. Wie man sieht ergibt sich ein sehr steiler Anstieg auf der linken Flanke des Spektrums, da dies auch beim Na-Spektrum auftrat vermuten wir, daß vielleicht durch ein zu schlechtes Vakuum es eine Energie-Schwelle gab, unter der Elektronen nicht zum Detektor gelangen konnten.

Anmerkung: Meßwerte, die nach Abziehen des Untergrundes negative Zählraten aufwiesen wurden nicht mitgeplottet.

3.4 Der Kurie-Plot von ^{204}Tl

Um den Kurieplot darstellen zu können, wurden die Impuls- und Energiewerte in dimensionslose Größen umgerechnet. Und zwar für den Impuls:

$$\eta = \frac{p}{m_e c} = \frac{eB\rho}{m_e c} = \frac{ec}{m_e c^2} B\rho = \frac{B\rho}{1704,5 \text{ Gcm}} \quad (18)$$

$$\Delta\eta = \frac{\Delta(B\rho)}{1704,5 \text{ Gcm}} \quad (19)$$

$$(20)$$

Und für die Energie:

$$\epsilon = \frac{E}{m_e c^2} = \sqrt{1 + \eta^2} \quad (21)$$

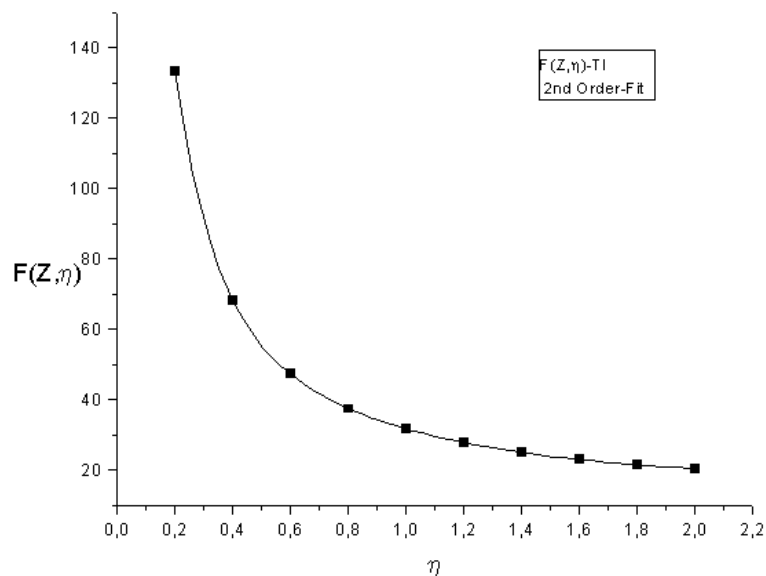
$$\Delta\epsilon = \frac{\eta}{\epsilon} \Delta\eta \quad (22)$$

$$(23)$$

Mit diesen Größen läßt sich nun die Funktion darstellen, die im Kurie-Plot die Ordinate bildet. Sie wird im weitem mit G bezeichnet. Sie ist definiert über:

$$G = \sqrt{\frac{N_{\text{korrr.}}}{\eta^2 F(Z, \eta)}} \quad \text{mit} \quad \Delta G = \frac{1}{2G} \sqrt{\left(\frac{\Delta N_{\text{korrr.}}}{\eta^2 F(Z, \eta)}\right)^2 + \left(\frac{2N_{\text{korrr.}} \cdot \Delta\eta}{\eta^3 F(Z, \eta)}\right)^2} \quad (24)$$

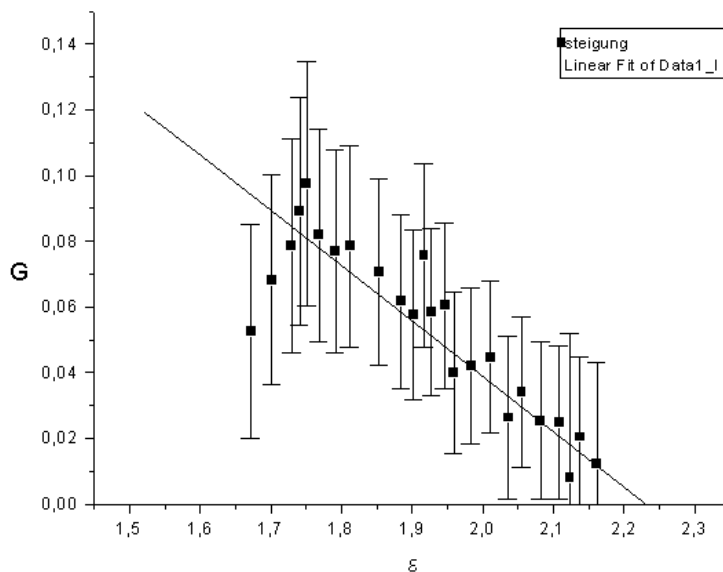
Die Funktion $F(Z, \eta)$ ist die sog. Fermi-Funktion, den den Einfluß des Coulombfeldes auf die Energie des Elektrons wichtet. Für Tl befinden sich im Skript einige Werte für $F(Z, \eta)$. Diese wurden mit einem Algebra-system geplottet und anschließend mit einem 2nd Order-Decay-Fit angenähert.



Die dazugehörige Funktion wurde zu

$$F(Z, \eta) = 17,691 + 73,021 \exp\left(-\left(\frac{\eta - 0,18441}{0,12932}\right)\right) + 52,139 \exp\left(-\left(\frac{\eta - 0,18441}{0,61433}\right)\right) \quad (25)$$

genähert und zur Vereinfachung nach einer groben Fehlerabschätzung (um eine Größenordnung kleiner als bisherige Fehler) als fehlerfrei angenommen. Die errechneten Werte sind wiederum der Tabelle im Anhang zu entnehmen. Nun wurde G gegen ϵ geplottet im sog. Kurieplot:



Durch die Meßwerte wurde dann anhand einer gewichteten linearen Regression eine Gerade gelegt und deren Steigung und Ordinatenabschnitt bestimmt.

Anmerkung: Die Werte, die deutlich außerhalb der Geraden lagen wurden für die I.R. vernachlässigt.

Für die Geradengleichung der Form,

$$y = ax + b,$$

wurden folgende Werte ermittelt:

$$a = -0,16753 \pm 0,01696 \quad (26)$$

$$b = 0,37398 \pm 0,03563 \quad (27)$$

Der Schnittpunkt dieser Regressionsgeraden mit der X-Achse ist der Gesuchte Wert ϵ_0 . Er wurde hier, ebenfalls mit Hilfe des Gaußschen FFG zu

$$\epsilon_0 = 2,232 \pm 0,31 \quad (28)$$

Nun gilt für ϵ :

$$\epsilon = \frac{E}{m_e c^2} = \frac{m_e c^2 + E_{kin}}{m_e c^2} \quad (29)$$

$$\Rightarrow E_{kin} = m_e c^2 (\epsilon - 1) \quad (30)$$

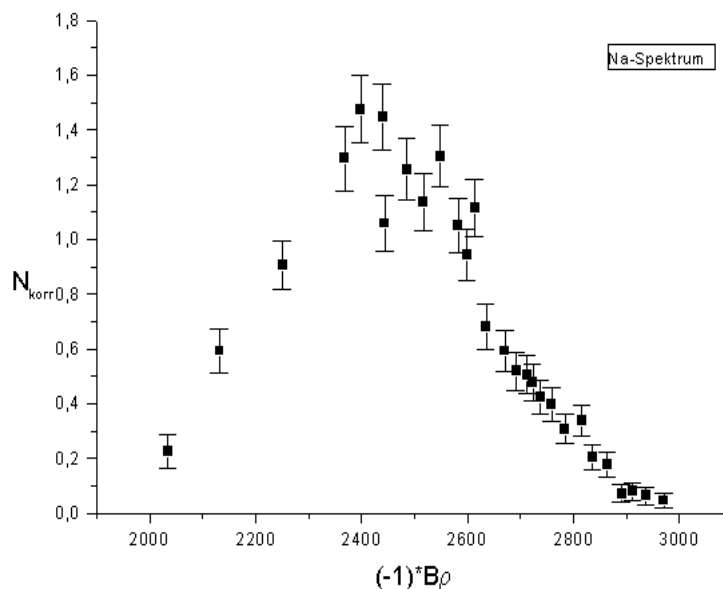
Somit bestimmt sich die maximale kinetische Energie der Elektronen zu:

$$E_{max} = 629,2 \pm 158,2 \text{ keV} \quad (31)$$

Dieser Wert liegt deutlich unterhalb des Literaturwertes von $E_{lit} = 763,41 \text{ keV}$ aber noch innerhalb der, durch die geringen Zählraten (stat. Fehler für N ist \sqrt{N}), sehr großen Fehlergrenzen von ca 20%. Die zu niedrige Energie ist durch den Aufbau der Tl-Probe, sie ist in einen Bleimantel eingekapselt, und die Elektronen können nur durch ein kleines Fenster die Probe verlassen, wobei natürlich Energie absorbiert wird, und der Raumwinkel unter dem β -Teilchen emittiert werden eingeschränkt wird, was sich auch auf die Zählrate auswirken dürfte, wohingegen die anderen Proben aus mit einer dünnen Lackschicht überzogener rad. Substanz bestehen. Weiterhin ist die niedrige Zählrate der Probe eine definitive Fehlerquelle, welche das Ergebnis sicherlich verwässert. Da die Geradenform sehr gut zu erkennen ist nehme ich an, daß kein Meßfehler unsererseits vorliegt.

3.5 Das Spektrum von ^{22}Na

Anmerkung: Zum besseren Vergleich der Plots wurde hier $-1 \cdot B\rho$ aufgetragen.

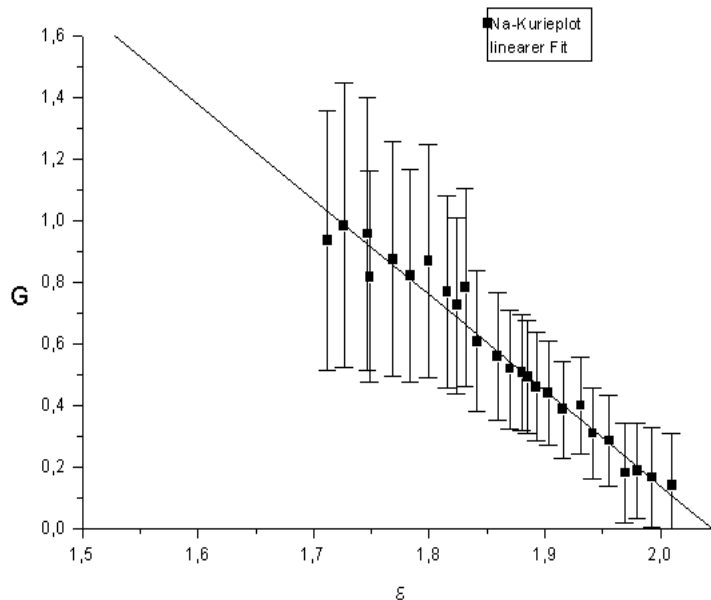


Beim ^{22}Na handelt es sich um einen β^+ -Strahler. Er zerfällt in den angeregten $2+$ -Zustand von ^{22}Ne . Da hier Positronen emittiert werden, muß zur Messung das Magnetfeld des Spektrometers umgepolt werden und aufgrund der sehr niedrigen Zählraten wurde die Meßzeit auf 200s angehoben. Die restliche Messung

verläuft analog zum Tl-Versuch. Das im Spektrum keine Konversionslinien auftauchen liegt daran, daß dabei natürlich Elektronen emittiert werden, die bedingt durch das umgepolte Magnetfeld nicht an den Detektor gelangen können. Auch hier fällt wieder die seltsame Form der linken Flanke des Spektrums auf, die fast linear wirkt. Unsere Vermutungen zu diesem Problem wurden bereits beim Tl-Spektrum angegeben. Die Meßwerte sind im Anhang zu finden.

3.6 Der Kurie-Plot von ^{22}Na

Im Unterschied zum vorherigen Versuchsteil (Tl) mußte die Fermi-Funktion hier aus einer grafisch aus einer Tabelle im RIEZLER, KOPITZKI: KERNPHYSIKALISCHES PRAKTIKUM entnommen werden (ein Scan dieser Tabelle befindet sich im Anhang). Da sich die Fermi-Funktion über den betrachteten Energie-Bereich nur sehr wenig ändert, wurde sie auch als fehlerfrei angenommen. Die beiden untersten Meßwerte wurden nicht zur Bildung der linearen Regression herangezogen, da sie dort nicht annähernd den gesuchten linearen Verlauf zeigen.



für die Gerade $y = ax + b$ ergaben sich die folgenden Werte

$$a = -3,093 \pm 0,108 \quad (32)$$

$$b = 6,324 \pm 0,207 \quad (33)$$

Somit folgt:

$$\epsilon_0 = 2,045 \pm 0,079 \quad (34)$$

Daraus folgt für die kinetische Energie der Positronen:

$$E_{kin} = 534 \pm 40 \text{ keV} \quad (35)$$

Der Literaturwert der Energie dieses Zerfalls beläuft sich auf $E_{kin lit} = 545 keV$. Das heißt, das wir eine Abweichung von ca. 2% gegenüber dem Literaturwert haben. Dieser liegt aber noch deutlich innerhalb unserer Fehlergrenzen von ca. 8%. Hier zeigt sich wiederum deutlich, daß der Fehler sehr stark von der Größe der Zählraten abhängig ist, und ich bezweifle, daß ein Ergebnis mit dieser Präzision bei einer Meßzeit von 100s möglich gewesen wäre. Man sieht im Plot auch wiederum den sehr linearen Verlauf des Kurieplots, wobei die Meßwerte hier eine wesentlich geringere Streuung um die Gerade aufweisen, als noch beim Tl.

4 Zusammenfassung

Als abschließende Anmerkung zu diesem Versuch möchte ich anmerken, daß wohl die Hauptfehlerquellen dieses Versuches in den schwachen Aktivitäten der verwendeten Präparate liegen. Eine Erneuerung derselben würde mit Sicherheit die Präzision der Messungen erheblich steigern. Zu den seltsamen Anstiegen der niederenergetischen Flanken der Spektren, habe ich nur die Vermutung, daß das Vakuum nicht ausreichte und es vielleicht so etwas wie eine Schwellenenergie gibt, welche die β -Teilchen aufweisen müssen um in den Detektor zu gelangen. Die Versuchsergebnisse sind unter den gegebenen Voraussetzungen als sehr gelungen anzusehen. Die Tl-Meßreihe wäre sicherlich auch noch präziser, wenn auch hier in 200s Intervallen gemessen worden wäre, wozu die Zeit jedoch nicht ausreichte.

5 ANHÄNGE

5.1 Anhang A - Fermi-Funktion von Na

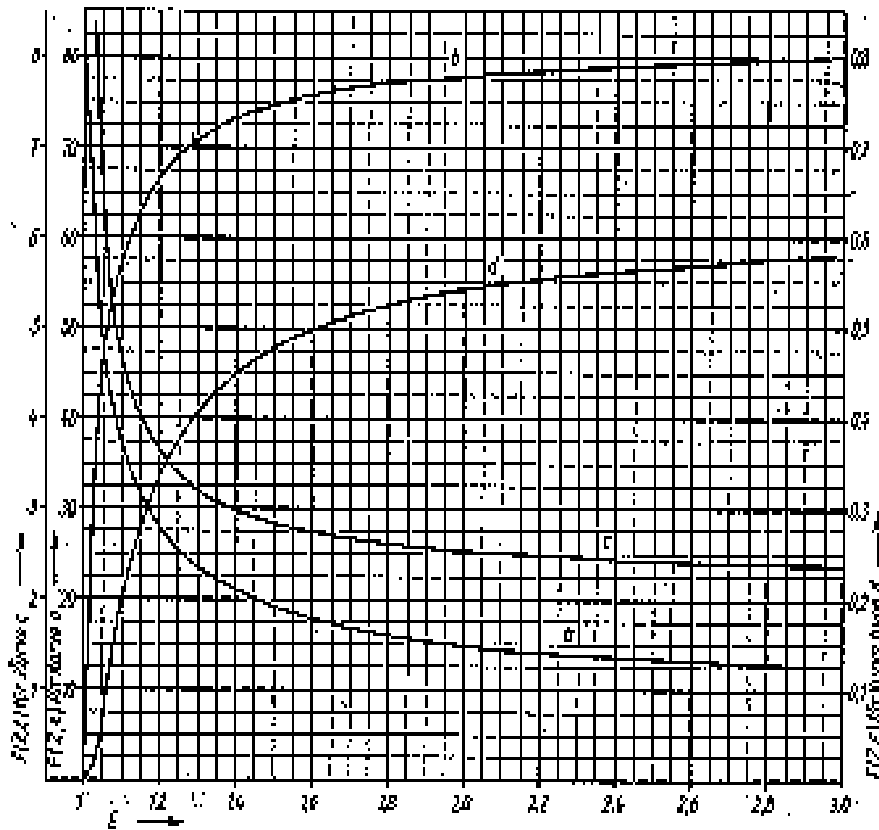


Fig. 111 Fermi-Funktion $F(Z, \epsilon)$ für den β^- -Übergang von H^{21} (Kurve a), β^- -Übergang von Na^{22} (Kurve b), β^- - und β^+ -Übergang von Cu^{64} (Kurve c bzw. d)

5.2 Anhang B - Cs-Tabellen

4% Transmission

$U_h[skt]$	N	$N_{korrigiert}$	ΔN_{korr}
30,5	1	-0,03093	--
61,5	4	0,04072	0,02715
92,2	4	0,02618	0,01745
106,2	7	0,05253	0,02292
115,2	21	0,17669	0,04027
120,7	167	1,44386	0,11233
130,9	111	0,87645	0,08386
136,8	60	0,44619	0,05846
140,1	48	0,34554	0,05081
142,4	36	0,25156	0,04298
145,4	23	0,15271	0,03313
149,9	32	0,21058	0,03829
153,7	55	0,36114	0,04949
155,4	67	0,43748	0,05416
158,5	167	1,08539	0,08444
160,1	499	3,23204	0,14496
161	1089	7,02585	0,21312
161,5	1372	8,82609	0,2385
162,1	1053	6,74527	0,20808
163	329	2,08772	0,11541
163,9	243	1,53029	0,09853
164,8	464	2,91548	0,13562
165,3	506	3,17039	0,1412
166,3	472	2,93814	0,1355
167,3	235	1,44831	0,09484
169	73	0,43779	0,05187
170,6	83	0,49437	0,05485
171,7	38	0,2191	0,03639
175,4	18	0,09607	0,02383

2% Transmission

$U_h[skt]$	N	N_{korrr}	ΔN
151,2	22	0,1397	0,03105
153,5	19	0,11715	0,02821
155	62	0,40504	0,05218
156,5	73	0,47421	0,05618
157,8	89	0,57572	0,06164
158,5	148	0,96059	0,07943
160	327	2,11545	0,11731
160,7	615	3,97054	0,16036
161,3	921	5,92873	0,19558
162,2	387	2,47034	0,12587
162,8	114	0,71702	0,06768
163,4	98	0,61247	0,06243
164,65	311	1,95234	0,11103
165,2	316	1,97704	0,11153
166	286	1,77934	0,10554
167	136	0,83515	0,07208
168,2	24	0,13739	0,02913
176,4	3	0,00735	0,00657

1% Transmission

$U_h[skt]$	N	$N_{korrigiert}$	ΔN
150,6	10	0,05715	0,0199
153,8	15	0,0898	0,02467
155,7	15	0,08866	0,02436
157,2	29	0,18052	0,03458
158,2	73	0,4689	0,05555
159	137	0,88543	0,07614
159,9	237	1,53108	0,09983
160,3	343	2,21519	0,11992
161	561	3,61389	0,15284
161,8	319	2,03954	0,11451
162,5	46	0,2832	0,04257
163	43	0,26316	0,04097
163,8	109	0,68074	0,06573
164,7	187	1,16914	0,0859
165,1	210	1,31099	0,09085
165,7	170	1,05519	0,08135
166,2	143	0,88309	0,07431
167	51	0,30638	0,04366
168	13	0,06955	0,02074
170,2	25	0,14181	0,02941

5.3 Anhang C - TI-Tabelle

U_H	N	$N_{korr.}$	$\Delta N_{korr.}$	$B\rho$	$\Delta B\rho$	η	$\Delta\eta$	ϵ	$\Delta\epsilon$	$F(Z, \eta)$	G	ΔG
108,2	2	-0,0123	0,0139	2140	29	1,256	0,017	1,605	0,0270	26,70	–	–
112,1	0	-0,0307	2,9E-5	2221	0	1,304	3,5E3	1,643	0,0390	26,02	–	–
115	17	0,126	0,0379	2282	86	1,340	0,051	1,672	0,0810	25,54	0,0525	0,0325
118	28	0,221	0,0474	2345	111	1,377	0,065	1,701	0,105	25,08	0,0683	0,0319
120,8	38	0,303	0,0538	2404	129	1,411	0,076	1,730	0,124	24,67	0,0786	0,0326
121,9	49	0,396	0,0605	2427	146	1,425	0,086	1,741	0,141	24,52	0,0892	0,0348
122,9	59	0,478	0,0659	2448	161	1,437	0,095	1,751	0,155	24,38	0,0974	0,0371
124,6	44	0,344	0,0561	2484	139	1,458	0,082	1,768	0,135	24,16	0,0819	0,0324
126,9	41	0,313	0,0531	2532	134	1,486	0,079	1,791	0,131	23,86	0,0770	0,0308
128,9	44	0,332	0,0541	2574	139	1,511	0,082	1,812	0,136	23,62	0,0785	0,0307
132,9	39	0,282	0,0493	2658	131	1,560	0,077	1,853	0,130	23,16	0,0708	0,0284
135,9	32	0,222	0,0436	2721	118	1,597	0,070	1,884	0,118	22,84	0,0617	0,0266
137,6	29	0,196	0,0410	2757	113	1,618	0,066	1,902	0,113	22,66	0,0575	0,0258
139	49	0,345	0,0527	2786	146	1,635	0,086	1,917	0,147	22,52	0,0756	0,0281
140	31	0,207	0,0416	2807	116	1,648	0,069	1,927	0,117	22,43	0,0584	0,0254
141,8	34	0,227	0,0430	2845	122	1,670	0,072	1,946	0,123	22,26	0,0605	0,0252
143	17	0,101	0,0302	2870	86	1,685	0,051	1,959	0,0873	22,15	0,0400	0,0245
145,3	19	0,113	0,0314	2918	91	1,713	0,054	1,983	0,0927	21,95	0,0419	0,0238
147,9	22	0,132	0,0331	2973	98	1,745	0,058	2,011	0,100	21,73	0,0447	0,0232
150,2	10	0,0469	0,0220	3021	66	1,773	0,039	2,036	0,0679	21,54	0,0263	0,0248
152	15	0,0806	0,0266	3059	81	1,795	0,048	2,055	0,0834	21,41	0,0342	0,0228
154,5	10	0,0455	0,0213	3111	66	1,826	0,039	2,082	0,0683	21,22	0,0254	0,0239
156,9	10	0,0448	0,0210	3162	66	1,856	0,039	2,108	0,0686	21,06	0,0249	0,0234
158,3	4	0,00493	0,0132	3191	41	1,873	0,025	2,123	0,0435	20,96	0,00819	0,0437
159,6	8	0,0310	0,0184	3218	59	1,889	0,035	2,137	0,0616	20,88	0,0204	0,0243
161,8	5	0,0113	0,0144	3265	46	1,916	0,028	2,161	0,0488	20,74	0,0122	0,0311

5.4 Anhang D - Na-Tabelle

U_H	N	N_{korr}	ΔN_{korr}	$B\rho$	$\Delta B\rho$	η	$\Delta\eta$	ϵ	$\Delta\epsilon$	$F(Z, \epsilon)$	G	ΔG
90,7	26	0,225	0,0604	2035	107	1,194	0,0628	1,558	0,0963	0,771	–	–
106,6	137	1,30	0,117	2369	245	1,390	0,144	1,712	0,233	0,771	0,933	0,421
108	157	1,47	0,123	2398	263	1,407	0,154	1,726	0,252	0,771	0,983	0,461
110	157	1,45	0,121	2440	263	1,432	0,154	1,747	0,253	0,772	0,956	0,442
110,2	117	1,06	0,104	2444	227	1,434	0,133	1,748	0,219	0,772	0,816	0,343
112,2	140	1,26	0,112	2486	248	1,459	0,146	1,769	0,240	0,773	0,873	0,382
113,7	129	1,14	0,106	2518	238	1,477	0,14	1,784	0,231	0,774	0,820	0,346
115,2	149	1,30	0,112	2549	256	1,496	0,15	1,799	0,250	0,775	0,867	0,379
116,8	123	1,05	0,100	2583	232	1,515	0,136	1,815	0,227	0,776	0,767	0,312
117,6	112	0,943	0,0950	2600	222	1,525	0,13	1,824	0,218	0,776	0,723	0,287
118,3	132	1,12	0,103	2614	241	1,534	0,141	1,831	0,237	0,776	0,782	0,322
119,3	84	0,681	0,0811	2635	192	1,546	0,113	1,842	0,189	0,776	0,606	0,228
121	75	0,593	0,0755	2671	181	1,567	0,106	1,859	0,179	0,777	0,557	0,207
122	67	0,518	0,0707	2692	171	1,580	0,1	1,870	0,170	0,777	0,517	0,193
123	66	0,505	0,0696	2713	170	1,592	0,0998	1,880	0,169	0,777	0,507	0,189
123,5	63	0,478	0,0677	2724	166	1,598	0,0974	1,885	0,165	0,777	0,491	0,183
124,2	57	0,424	0,0640	2738	158	1,607	0,0927	1,893	0,157	0,778	0,459	0,175
125,2	54	0,395	0,0618	2759	154	1,619	0,0904	1,903	0,154	0,778	0,440	0,169
126,4	44	0,308	0,0552	2784	139	1,634	0,0816	1,916	0,139	0,778	0,385	0,158
127,9	48	0,337	0,0570	2816	145	1,652	0,0851	1,931	0,146	0,778	0,398	0,158
128,9	32	0,204	0,0461	2837	118	1,664	0,0692	1,942	0,119	0,778	0,308	0,148
130,2	29	0,177	0,0434	2864	113	1,681	0,0663	1,956	0,114	0,778	0,284	0,146
131,5	16	0,0719	0,0319	2891	83	1,697	0,0487	1,969	0,0839	0,778	0,179	0,161
132,5	17	0,0792	0,0327	2912	86	1,709	0,0505	1,980	0,0871	0,778	0,187	0,156
133,7	15	0,0628	0,0304	2938	81	1,724	0,0475	1,993	0,0822	0,778	0,165	0,161
135,3	13	0,0465	0,0279	2971	75	1,744	0,044	2,010	0,0764	0,778	0,140	0,169